



المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج



تخصص
قوى كهربائية
آلات ومعدات كهربائية
دوائر كهربائية - 2
١٠٧ كهر

طبعة ١٤٢٩ هـ

مقدمة

الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التتموي: لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " دوائر كهربائية ٢ " لمتدربي تخصص " قوى كهربائية - آلات ومعدات كهربائية " في الكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالإستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه: إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

تهديد

الحمد لله حمداً كثيراً كما ينبغي لجلال وجهه وعظيم سلطانه، والصلاة والسلام على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه، أما بعد
فإن مقرر الدوائر والقياسات الكهربائية -2 يهدف إلى تعريف المتدرب بأساسيات وبمبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره بالإضافة إلى دوائر التيار المتردد ثلاثية الأوجه. ودراسة هذا المقرر ستمكن المتدرب إنشاء الله من:

- الإلمام بمبادئ التيار المتردد وكيفية تحليل دوائره .
- فهم التوصيلات المختلفة للمعاوقات في دوائر التيار المتردد.
- الإلمام بدوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار.

ولتحقيق هذه الأهداف بإذن الله تعالى فقد قسمت هذه الحقيبة التدريبية إلى وحدتين رئيسيتين:
الوحدة الأولى :

تعنى الوحدة الأولى بدراسة مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره، وقد قسمت إلى ثلاثة فصول:
الفصل الأول يتطرق إلى تعريف التيار المتردد وشرح خصائصه، فنعرف الدورة والتردد والقيمة اللحظية والقيمة الفعالة. الفصل الثاني ومنه سنعرف الأنواع المختلفة للمعاوقات كما نعرف مفهوم المطاور الذي يسهل كثيراً تحليل دوائر التيار المتردد. بعد ذلك سنشرح التوصيلات المختلفة للمعاوقات (التوصيل على التوالي، والتوصيل على التوازي، و التوصيل على توالي- والتوازي)، وسنبين بالأمثلة الخطوات المستعملة في التحليل.

أما الفصل الثالث فإنه يعنى بتعريف الأنواع المختلفة لقدرة الكهربائية في دوائر التيار المتردد وبتعريف معامل القدرة ذي الأهمية الكبرى في التقنية الكهربائية. كما سندرس الواتميتر المستعمل لقياس القدرة الفعالة.

الوحدة الثانية فسندرس فيها دوائر التيار المتردد ثلاثية الأطوار والتوصيلات المختلفة المستعملة في هذه الدوائر. وقد قسمت إلى فصلين:

في الفصل الأول سنقوم بوصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار مع ذكر طريقة توليد هذا النظام وتتابع الأطوار وكذلك سنتطرق إلى دراسة التوصيل على شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار و الجهد في حالتى التوصيلتين السابقتين.

وفي الفصل الأخير القدرة في الدوائر ثلاثية الأوجه كما سنشرح طريقة قياس القدرة باستعمال جهازي الواتميتر.

والله الموفق

دوائر كهربائية – ٢

مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الجدارة: معرفة الخطوات المستعملة لتحليل دوائر التيار المتردد البسيطة.

الأهداف:

- بعد دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً على:
 - الإلمام بخواص التيار المتردد وكيفية توليده .
 - الإلمام بتعريف الموجه - الزمن الدوري - التردد.
 - الإلمام بالمانعات الحثية والسعوية.
 - الإلمام بدوائر الرنين.
 - الإلمام بتعريف القدرة الظاهرية والفعالة وغير الفعالة.

مستوى الأداء المطلوب: أن يصل المتدرب إلى إتقان هذه الوحدة بنسبة ٩٠٪.

الوقت المتوقع للتدريب: 30 ساعة.

الوحدة الأولى : مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره

الفصل الأول : التيار المتردد

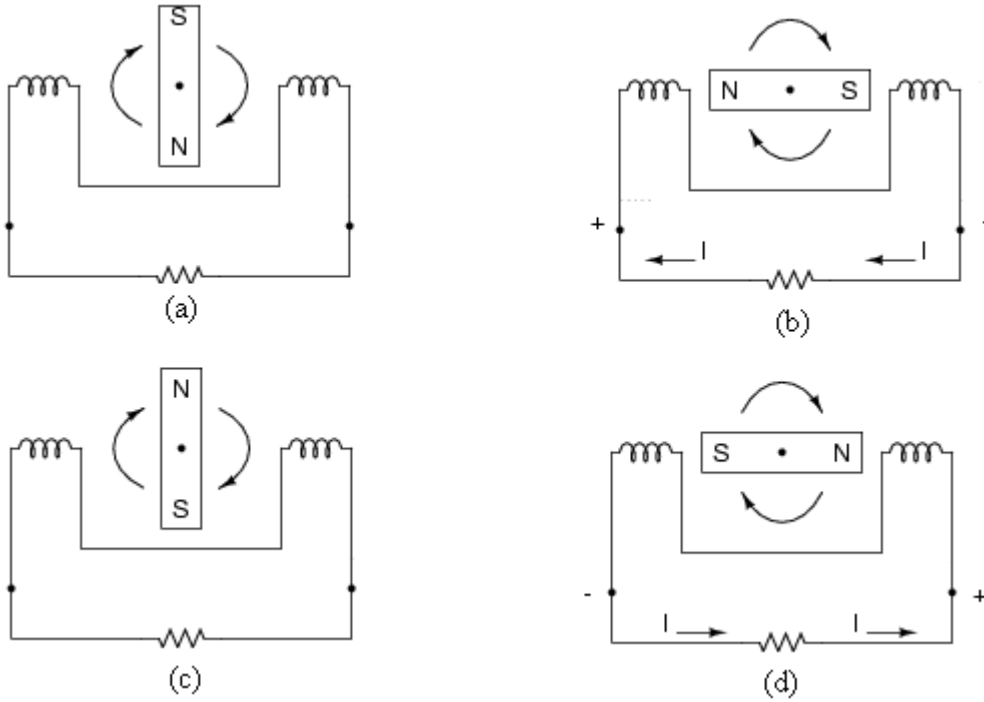
التيار المتردد هو الأكثر استعمالاً في كل مجالات التقنية الكهربائية، ولهذا يجب فهم خصائصه جيداً. وسنحاول شرح هذه الخصائص في هذا الفصل بإيجاز غير مخل.

١ - ١ - ١ تعريف التيار المتردد

يكون التيار (أو الجهد) متردداً إذا تغير اتجاهه و قيمته بصفة دورية منتظمة مع الزمن t ، بحيث يمر في كل دورة بنفس التغيرات التي مر بها في الدورة السابقة.

١ - ١ - ٢ كيفية توليد التيار المتردد

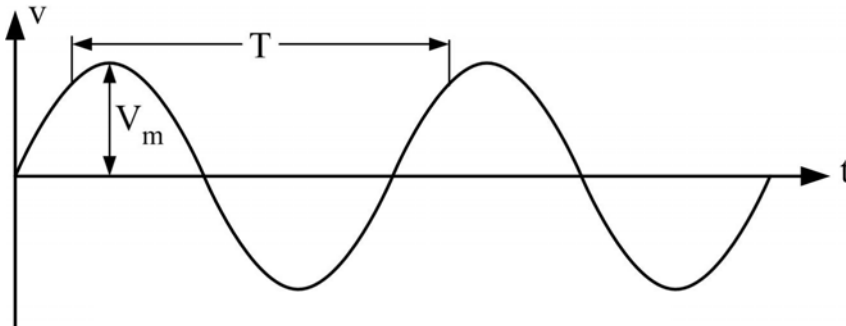
إذا وضع موصل كهربائي في مجال مغناطيسي متغير فإنه ينتج فيه قوة دافعة كهربائية مستحثة حسب قانون "فاراداي". و الشكل ١ - ١ يوضح مولد تيار متردد يحتوي على قطبين مغناطيسيين شمالي (N) وجنوبي (S) يدوران في اتجاه عقرب الساعة. المجال المغناطيسي الذي يقطع موصلات الملفين سيولد قوة دافعة كهربائية في هذه الموصلات. هذه القوة ستسبب مرور تيار إذا أغلقت دائرة الملفات عن طريق الحمل. ويكون اتجاه التيار متردداً ويمر بالصفير في الشكلين (a) و (c) كما يمر بقيمته العظمى في الشكل (b) ويمر بقيمته العظمى في الاتجاه المعاكس في الشكل (d)



الشكل 1-1

3-1-1 التيار المتردد الجيبي

إذا كان تغير التيار (أو الجهد) مع الزمن على شكل دالة جيبيية فنقول إن التيار (أو الجهد) متردد جيبي ، وهذا الشكل هو الأكثر استعمالاً حيث إن المولدات المستعملة في الشبكات الكهربائية تنتج جهوداً قريبة جداً منه. ويمثل الشكل 2-1 جهداً متردداً جيبيياً.



شكل 2-1: الجهد المتردد الجيبي

١ - ١ - ٤ الموجة

هي المسار الذي يرسمه الجهد (أو التيار) بدلالة الزمن أو بدلالة كمية أخرى (كزاوية الطور كما سنرى فيما بعد). ونسعى نصف الموجة فوق المحور الأفقي النصف الموجب، أما النصف الآخر فيسمى النصف السالب.

١ - ١ - ٥ التردد (f) والزمن الدوري (T)

التردد f هو عدد الدورات التي ترسمها الموجة في وحدة الزمن، ووحدته الهرتز (Hertz) ورمزه (Hz) وهو يمثل عدد الدورات في الثانية. والزمن اللازم لكي تكمل الموجة دورة كاملة يسمى الزمن الدوري أو زمن الدورة T وبما أنه كلما انخفضت الدورة ازداد التردد بنفس النسبة، نستخلص أن

$$T = \frac{1}{f} \quad 1-1$$

مثال ١ - ١ - ١: احسب زمن دورة موجة مترددة ترددها يساوي:

أ - 50 Hz

ب - 60 Hz

الحل :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02s = 20ms \quad \text{أ-}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 0.01667s = 16.67ms \quad \text{ب-}$$

وهذان الترددان هما المستعملان في الشبكات الكهربائية عبر العالم (في المملكة العربية السعودية تستعمل 60 Hz).

١ - ١ - ٦ القيمة اللحظية

نسعى قيمة الجهد (أو التيار) في زمن معين t بالقيمة اللحظية للجهد (أو للتيار)، ونرمز لها بـ v (أو i). وأكبر قيمة للقيمة اللحظية تسمى القيمة العظمى للجهد (أو للتيار) ورمزها V_m (أو I_m). ونستطيع أن نحسب القيمة اللحظية للجهد باستعمال الطريقة الموضحة في الشكل ١ - ٣: نمثل مسار الجهد بنقطة A تدور في محيط دائرة بسرعة زاوية ω (وتسمى كذلك التردد الزاوي ووحدتها الراديان

لكل ثانية (rad/s) بحيث أن المسافة Aa من النقطة A إلى الإسقاط العمودي لهذه النقطة على المحور الأفقي تعطي القيمة اللحظية. ويساوي نصف قطر الدائرة OA القيمة العظمى للجهد، أما الزاوية α بين نصف القطر OA و المحور الأفقي فإنها تسمى زاوية طور الجهد وتعطى بالمعادلة

$$\alpha = \omega t + \theta_v \quad 1-2$$

حيث θ_v هي زاوية طور الجهد في بداية الزمن ($t = 0$).

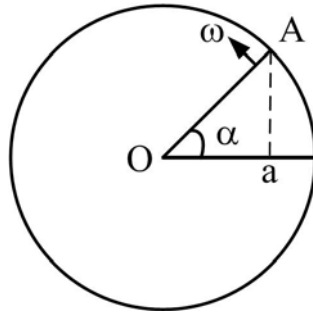
بما أن التردد يعطي عدد الدورات في وحدة الزمن، وحيث أن دورة واحدة تناسبها زاوية 2π راديان، فإن العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد هي

$$\omega = 2\pi f \quad 1-3$$

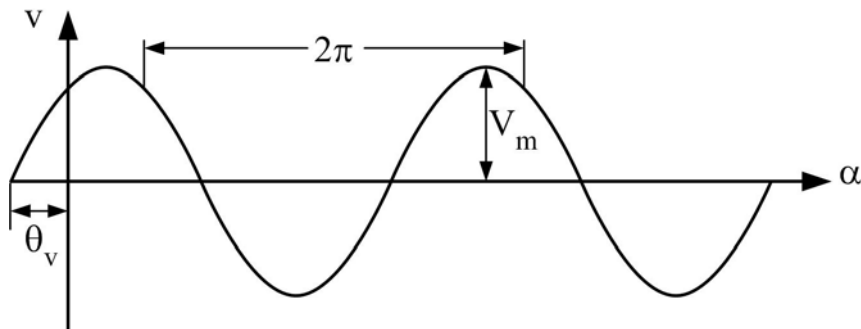
بناء على ما سبق نكتب القيمة اللحظية للجهد كما يلي

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \sin \alpha \\ &= V_m \sin(\omega t + \theta_v) \\ &= V_m \sin(2\pi f t + \theta_v) \end{aligned} \quad 1-4$$

و نمثل موجة الجهد (أو التيار) بدلالة الزاوية α كما في الشكل ١ - ٤



الشكل ١ - ٣ : طريقة تحديد القيمة اللحظية لموجة جيبية



الشكل ١ - ٤ : الجهد المتردد الجيبي بدلالة الطور

مثال ١ - ١ - ٢ : احسب التردد الزاوي لموجة مترددة ترددها ٥٠ HZ

الحل :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377 \text{ rad / s}$$

مثال ١ - ١ - ٣ : إذا كانت معادلة موجة الجهد هي

$$v(t) = 100 \sin\left(377t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ V}$$

استنتج ما يلي :

- أ - القيمة العظمى
- ب - زاوية الطور عند بداية الزمن
- ج - زاوية الطور عند الزمن $t = 0.025 \text{ s}$
- د - القيمة اللحظية عند الزمن $t = 0.025 \text{ s}$

الحل :

$$V_m = 100 \text{ V}$$

$$\theta_v = \frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$$

$$\alpha = 377 \times 0.025 + \frac{\pi}{6} = 9.95 \text{ rad} = \frac{9.95 \times 180}{\pi} \text{ deg} = 570^\circ$$

$$v = 100 \times \sin 570^\circ = -50 \text{ V}$$

١ - ١ - القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة

تعرف القيمة المتوسطة خلال الفترة الزمنية T_0 لأي دالة $a(t)$ تتغير مع الزمن بالمعادلة

$$A_{av} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} a(t) dt \quad 1-5$$

وهي المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $a(t)$ والمحور الأفقي مقسومة على الفترة الزمنية التي نحسب خلالها هذه القيمة المتوسطة. وتجدر الإشارة إلى أن المساحة تعتبر موجبة إذا كان المنحنى فوق المحور الأفقي و تعتبر سالبة إذا كان المنحنى تحت المحور الأفقي.

مثال ١ - ١ - ٤: أوجد القيمة المتوسطة للجهد الجيبي المبين في الشكل 1-2 خلال :

أ - دورة كاملة T

ب - نصف دورة $T/2$

الحل :

أ - بما أن المساحة الموجبة لموجة الجهد تساوي المساحة السالبة خلال دورة كاملة نستنتج أن القيمة المتوسطة للجهد الجيبي خلال دورة كاملة تساوي الصفر
ب - خلال نصف دورة نعوض T_0 بـ $T/2$ في المعادلة ١ - ٥ .

$$V_{av} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} v(t) dt = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} V_m \sin(\omega t + \theta_v) dt = \frac{2}{\pi} V_m = 0.637 V_m$$

نعرف القيمة الفعالة لتيار متردد بأنها القيمة التي تنتج نفس القدرة الحرارية في مقاومة R كالتي ينتجها تيار مستمر معين.

بما أن قيمة التيار المتردد تتغير ، فإن القدرة الحرارية الناتجة هي القدرة المتوسطة (خلال دورة T) والتي تساوي

$$P_{ac} = \frac{1}{T} \int_0^T R i(t)^2 dt$$

أما القدرة التي ينتجها تيار مستمر I_{dc} فهي

$$P_{dc} = R I_{dc}^2$$

بما أن

$$P_{ac} = P_{dc}$$

نستنتج أن

$$I_{dc} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} \quad 1-6$$

ونرمز للقيمة الفعالة (التي تساوي I_{dc}) بالرمز I أو I_{rms} . والرمز الأخير يعني الجذر التربيعي لمتوسط مربع التيار (Root Mean Square) والتسمية المستخرجة من المعادلة 1-6. وبنفس الطريقة نعرف القيمة الفعالة للجهد

$$V_{dc} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} \quad 1-7$$

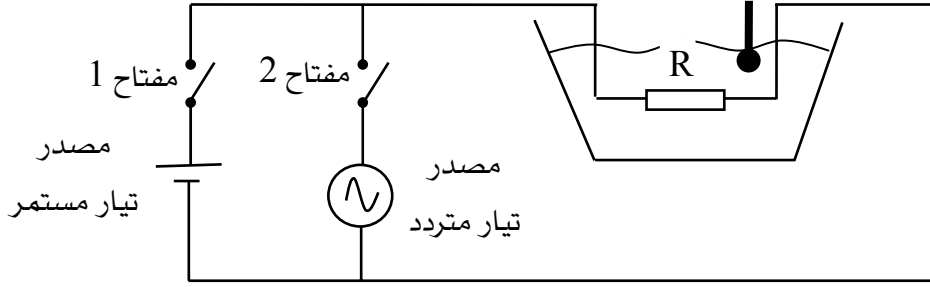
و باستخدام المعادلة 2-4 ، نستنتج أن

$$V = V_{dc} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707 V_m \quad 1-8$$

وكذلك نكتب

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m \quad 1-9$$

و نستطيع قياس القيمة الفعالة لتيار متردد بإجراء التجربة الموضحة في الشكل 1-5 : نأخذ مقاومة R معلومة القيمة ونغمرها في إناء مملوء بالماء ثم نوصلها إلى مصدر تيار مستمر ذي جهد معلوم بإغلاق المفتاح 1 ، وعندئذ يمر التيار المستمر I وقيمته V/R ، وترتفع درجة حرارة الماء إلى قيمة معينة. بعد ذلك نفتح المفتاح 1 ونترك الماء يبرد ويرجع إلى حرارته قبل بدء التجربة. ثم نغلق المفتاح 2 ونزيد في القيمة العظمى لجهد مصدر التيار المتردد حتى تصل درجة حرارة الماء إلى نفس القيمة التي وصلت إليها عند تطبيق التيار المستمر. عندئذ تكون القيمة العظمى للتيار المتردد تساوي $I/0.707$ حسب المعادلة 1-9 .



الشكل ١- ٥ : تجربة لقياس القيمة الفعالة لتيار متردد

مثال ١- ١- ٥ : في الشكل ١- ٥ إذا كانت قيمة $R = 50\Omega$ ، وكان جهد التيار المستمر $V_{dc} = 220V$ ، احسب القيمة العظمى للتيار المتردد الذي ينتج نفس القدرة في المقاومة ، واحسب قيمة هذه القدرة.

الحل:

نحسب قيمة التيار المستمر I_{dc} باستعمال قانون أوم

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{220}{50} = 4.4 A$$

القيمة الفعالة للتيار المتردد I تساوي قيمة التيار المستمر الذي يعطي نفس القدرة في المقاومة ، أي

$$I = I_{dc} = 4.4 A$$

القيمة العظمى للتيار المتردد تحسب باستعمال المعادلة 2-9

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \times 4.4 = 6.2 A$$

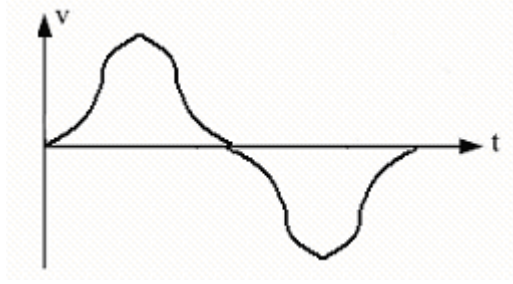
القدرة الحرارية الناتجة في المقاومة

$$P = R I^2 = 50 \times 4.4^2 = 968 W$$

١- ١- ٨ معامل الشكل ومعامل القيمة العظمى

نسعى دائماً لتوليد الجهود المترددة ذات الموجات الجيبية، وذلك لأنها الأحسن في الاستعمال من حيث التقليل من مفاوئد القدرة وغير ذلك. ولكن ولأسباب عدة تكون موجات التيارات والجهود غير جيبية، وفي هذه الحالة نقول إن الموجة مشوهة. ويوضح الشكل ١- ٦ مثلاً لموجة مشوهة، وكلما كان شكل الموجة قريباً من الشكل الجيبي كلما كانت درجة التشويه أقل. وهناك قانون "لفورييه"

(Fourier) ينص على أن أي موجة مترددة يمكن أن تعوض بموجة جيبية لها نفس تردد الموجة الأصلية والتي تسمى المكونة الأساسية لمجموعة موجات ذات ترددات مضاعفة للتردد الأصلي ولكن ذات قيم عظمى أقل.



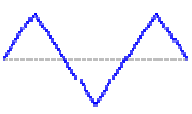
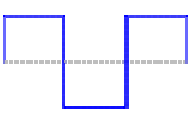
الشكل ١ - ٦ : موجة جهد مترددة غير جيبية

نعرف معامل الشكل بأنه النسبة بين القيمة الفعالة والقيمة المتوسطة للموجة.

ونعرف معامل القيمة العظمى بالنسبة بين القيمة العظمى والقيمة الفعالة للموجة. ويعطي الجدول

١ - ١ معاملات القيمة العظمى لبعض الموجات المترددة

اسم الموجة	شكل الموجة	معامل القيمة العظمى
جيبية		$\sqrt{2}$
موجة كاملة مقومة		$\sqrt{2}$
نصف موجة مقومة		٢

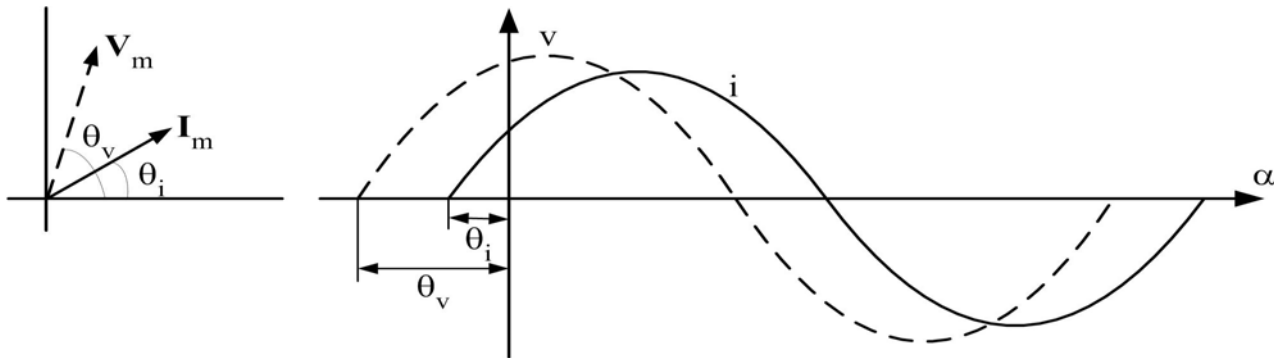
$\sqrt{3}$		مثلثية
١		مربعة

الجدول ١ - ١

١ - ١ - ٩ التمثيل الاتجاهي والمطور (Phasor)

لكي يتم تطبيق قانون أوم (وقوانين كيرشوف) في دوائر التيار المتردد بطريقة سهلة نستعمل مفهوم الجهد المطور و التيار المطور ومفهوم المعاوقة المركبة. لقد رأينا من قبل (الشكل ١ - ٣) أننا نستطيع تمثيل الجهد (أو التيار) الجيبي بمتجه يساوي قياسه القيمة القصوى للجهد ويدور بسرعة زاوية تساوي التردد الزاوي لهذا الجهد. وبما أن كل تيارات وجهود الدائرة لها نفس التردد الزاوي، فإن متجهاتها تدور بنفس السرعة، وبهذا تبقى الزاوية الفاصلة بين أي متجهين ثابتة بالنسبة للزمن وتساوي قيمتها عند الزمن $t=0$. ولتسهيل الحسابات نرسم كل المتجهات عند بداية الزمن. ويمثل الشكل ١ - ٧ العلاقة بين الكميات الجيبية v و i ومتجهاتها V_m و I_m ، حيث إن طوري v و i عند بداية الزمن هما θ_v و θ_i على التوالي.

وعلماً بأننا نستعمل القيم الفعالة للجهود والتيارات في تحليل الدوائر عوضاً عن القيم القصوى وذلك لاعتبارات القدرة كما سنرى في الفصل القادم، فإنه من الأفضل أخذ القيمة الفعالة كطول للمتجه (أي نقسم قيم المتجهات على $\sqrt{2}$). وفي هذه الحالة فإننا نرمز لمتجه v مثلاً بالرمز V بدلاً من V_m .



شكل ١ - ٧ : العلاقة بين موجتي الجهد والتيار ومتجهاتها

ونستطيع تمثيل متجه الجهد (أو التيار) بعدد مركب، قيمته الحقيقية هي إحداثية المتجه في المحور الأفقي وقيمته التخيلية هي إحداثية المتجه في المحور العمودي، يسمى الجهد (أو التيار) المطاور، وهذا التمثيل يسهل كثيراً الحسابات في دوائر التيار المتردد. وهكذا نحول الجهد الجيبي

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v) = V \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_v)$$

إلى الجهد المطاور

$$\mathbf{V} = V \angle \theta_v \quad 1-10$$

حيث V هو مقياس الجهد المطاور (القيمة الفعالة للجهد) و θ_v هي إزاحته الزاوية (طور الجهد عند بداية الزمن). ونلاحظ هنا أننا استعملنا الصيغة القطبية للجهد المطاور، وهذا يسهل عمليتي الضرب والقسمة. أما الصيغة المتعامدة والتي تسهل حسابات الجمع والطرح فهي

$$\mathbf{V} = V \cos \theta_v + j V \sin \theta_v \quad 1-11$$

حيث $j = \sqrt{-1}$.

ويسمى المخطط المبين للجهود والتيارات المطاورة في دائرة ما بالشكل المطاور (Phasor diagram).

مثال ١-١ - ٦: أوجد الجهد المطاور للجهد المتردد $v(t) = 141.4 \sin(377t + 30^\circ) V$.

الحل

القيمة الفعالة للجهد تعطى بالمعادلة

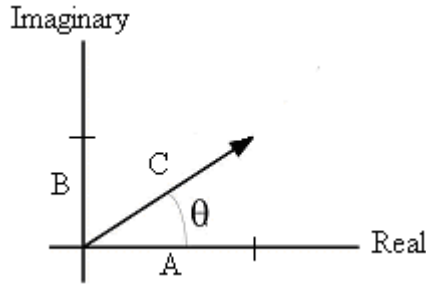
$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{141.4}{\sqrt{2}} = 100 V$$

أما الجهد المطاور فهو

$$\mathbf{V} = 100 \angle 30^\circ V$$

١-١ - ١٠ جبر المتجهات

في أغلب الحالات إن لم يكن في كلها نحتاج الى الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة بين التيارات و الجهود المترددة لحل المسائل المتعلقة بدوائر التيار المتردد. وبما أن التيارات والجهود والمعوقات تمثل بمتجهات أو أعداد مركبة لذا وجب شرح جبر المتجهات أو الأعداد المركبة. و يمكن تحليل المتجه C في المستوى المتعامد إلى المركبتين A على المحور الأفقي (Real) و المركبة B على المحور التخيلي (Imaginary) كما هو موضح في الشكل ١-٨.



الشكل ١ - ٨: تمثيل متجه أو عدد مركب

وتكتب الصيغة المتعامدة للمتجه C كالآتي:

$$C = A + jB \quad 1-12$$

أما الصيغة القطبية للعدد المركب C فتكتب

$$C = |C|(\cos \theta + j \sin \theta) = |C| \angle \theta \quad 1-13$$

حيث

$$|C| = \sqrt{A^2 + B^2} ; \quad \theta = \tan^{-1}(B/A) \quad 1-14$$

و

$$A = |C| \cos \theta ; \quad B = |C| \sin \theta \quad 1-15$$

جمع وطرح الأعداد المركبة:

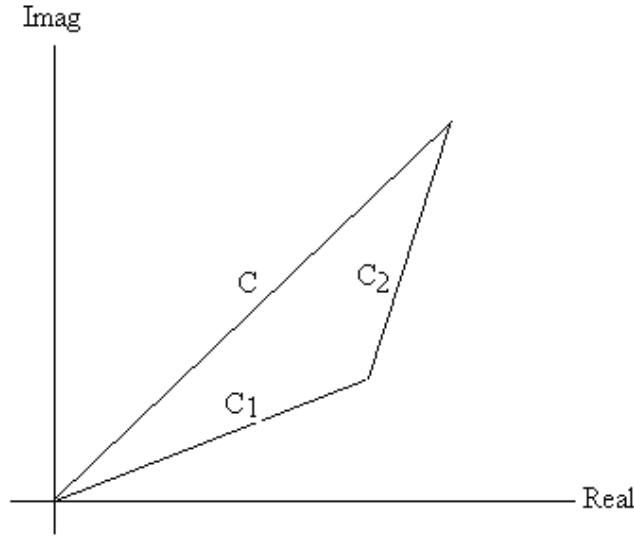
تجمع (أو تطرح) الأعداد المركبة بحيث يكون العدد الحقيقي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد الحقيقية للأعداد المركبة المضافة، ويكون العدد التخيلي للعدد المركب الحاصل هو حاصل جمع (أو طرح) الأعداد التخيلية للأعداد المركبة المضافة، أي

$$C_1 = A_1 + jB_1 ;$$

$$C_2 = A_2 + jB_2 ;$$

$$C = C_1 \pm C_2 = (A_1 + A_2) \pm j(B_1 + B_2)$$

ولتسهيل عمليتي الجمع والطرح نستعمل التمثيل المتعامد للأعداد المركبة. ويمثل الشكل ١ - ٩ جمع عددين مركبين بيانياً



الشكل ١ - ٩: جمع عددين مركبين

ضرب وقسمة الأعداد المركبة:

تضرب الأعداد المركبة بحيث تكون القيمة المطلقة للعدد المركب الحاصل هي حاصل ضرب القيم المطلقة للأعداد المركبة المضروبة في بعضها، وتكون زاوية العدد المركب الحاصل هي حاصل جمع زوايا الأعداد المركبة المضروبة في بعضها، أي

$$C_1 = |C_1| \angle \theta_1;$$

$$C_2 = |C_2| \angle \theta_2;$$

$$C = C_1 \times C_2 = |C_1| |C_2| \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

أما القسمة فتكون حسب القاعدة التالية

$$C_1 = |C_1| \angle \theta_1;$$

$$C_2 = |C_2| \angle \theta_2;$$

$$C = C_1 / C_2 = (|C_1| / |C_2|) \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

ولتسهيل عمليتي الضرب والقسمة نستعمل التمثيل القطبي للأعداد المركبة.

مثال ٧ - ١ - ١: إذا كان $C_1 = 5 + j23$ و $C_2 = -3.5 + j8$ ، اوجد $C_1 + C_2$ ، $C_1 - C_2$ ، $C_1 C_2$ ،

C_1 / C_2 . واكتب الناتج بالصيغتين المتعامدة والقطبية

الحل

الجمع:

$$C = C_1 + C_2 = (5 - 3.5) + j(23 + 8) = 1.5 + j31$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C| = \sqrt{(1.5)^2 + (31)^2} = 31.04; \theta = \tan^{-1}(31/1.5) = 87.2^\circ \Rightarrow C = 31.04 \angle 87.2^\circ$$

الطرح:

$$C = C_1 - C_2 = (5 + 3.5) + j(23 - 8) = 8.5 + j15$$

وباستعمال القانون (1-14)

$$|C| = \sqrt{(8.5)^2 + (15)^2} = 17.2; \theta = \tan^{-1}(15/8.5) = 60.5^\circ \Rightarrow C = 17.2 \angle 60.5$$

الضرب:

نستعمل القانون (1-14) للتحويل العددين للصيغة القطبية

$$|C_1| = \sqrt{(5)^2 + (23)^2} = 23.5; \theta = \tan^{-1}(23/5) = 77.7^\circ \Rightarrow C_1 = 23.5 \angle 77.7^\circ$$

$$|C_2| = \sqrt{(-3.5)^2 + (8)^2} = 8.7; \theta = \tan^{-1}(8/(-3.5)) = 113.6^\circ \Rightarrow C_2 = 8.7 \angle 113.6^\circ$$

$$|C| = 23.5 \times 8.7 = 204.5; \theta = 77.7 + 113.6 = 191.3^\circ \Rightarrow C = 204.5 \angle 191.3^\circ$$

وباستعمال القانون (1-15)

$$A = 204.5 \cos 191.3 = -200.5; B = 204.5 \sin 191.3 = -40.1 \Rightarrow C = -200.5 - j40.1$$

القسمة:

$$C_1 = 23.5 \angle 77.7^\circ; C_2 = 8.7 \angle 113.6^\circ$$

$$|C| = 23.5/8.7 = 2.7; \theta = 77.7 - 113.6 = -35.9^\circ \Rightarrow C = 2.7 \angle -35.9^\circ$$

وباستعمال القانون (1-15)

$$A = 2.7 \cos(-35.9) = 2.19; B = 2.7 \sin(-35.9) = -1.58 \Rightarrow C = 2.19 - j1.58$$

مسائل الفصل الأول

- ١ - ١ - ١ احسب دورة موجة مترددة جيبية تكمل 100 دورة في زمن قدره 30 ms.
- ١ - ١ - ٢ ما الزمن اللازم لموجة جيبية لتكمل 6 دورات إذا كان ترددها يساوي 60 Hz ؟
- ١ - ١ - ٣ احسب القيمة القصوى و التردد وكذلك الطور في بداية الزمن للموجات الآتية:
 $8.4 \sin 10000 t$ ؛ $100 \cos (754 t + 45^\circ)$ ، $-30 \sin 942 t$ ؛ $50 \sin (314 t + 30^\circ)$
- ١ - ١ - ٤ إذا كانت موجات المسألة ١ - ١ - ٣ تمثل جهوداً، احسب القيمة الفعالة لكل منها.

الفصل الثاني : المقاومات الأومية والممانعات الحثية والسعوية في دوائر التيار المتردد

هناك عدة طرق لتحليل دوائر التيار المتردد مهما تعقدت الدائرة، وكلها تستعمل قانون أوم وقوانين كيرشوف، وفي هذا الفصل سنشرح الخطوات المستعملة لتحليل الدوائر البسيطة فقط. وقبل ذلك نعرف المعاوقة المركبة. وفي نهاية الفصل سنتطرق إلى دراسة مقومات التيار المتردد البسيطة.

١ - ٢ - ١ المقاومة المادية في دائرة التيار المتردد

ينص قانون أوم على أن التيار المار في مقاومة R يتناسب في كل لحظة مع الجهد بين طرفي هذه المقاومة (الشكل ١ - ١٠ a)، فإذا كان الجهد بين طرفي المقاومة

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

فإن التيار الناتج هو

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_m \sin(\omega t + \theta_v)}{R} = I_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

حيث

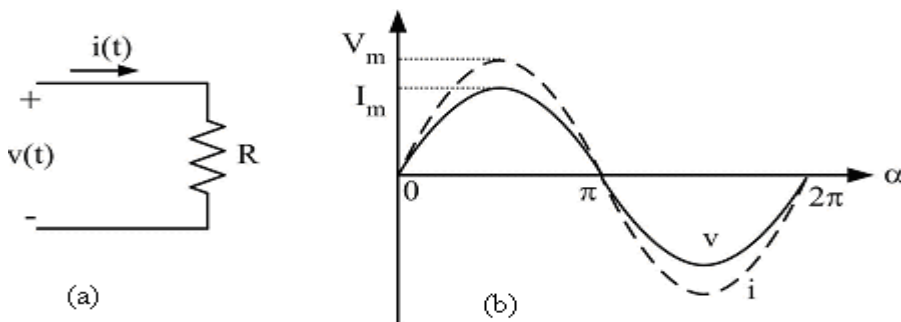
$$I_m = \frac{V_m}{R}$$

وباستعمال القيم الفعالة نحصل على العلاقة

$$I = \frac{V}{R}$$

1-16

وكما نرى فإن الجهد والتيار في مقاومة لهما نفس الطور، وهذا موضح في الشكل ١ - ١٠ b حيث أخذنا $\theta_v = 0$ لتبسيط الرسم.

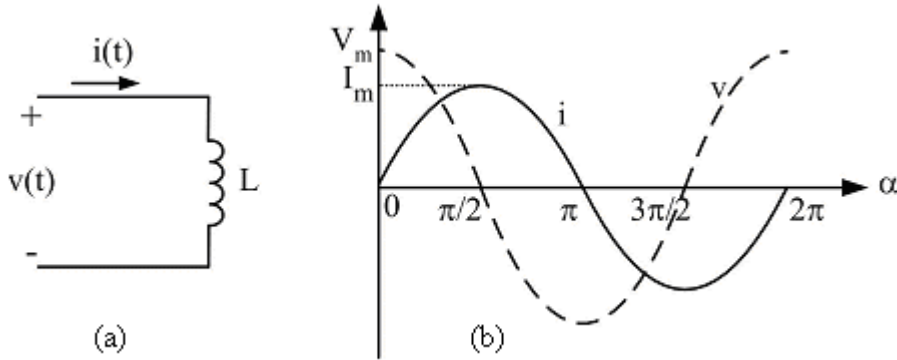


شكل ١ - ١٠ : التيار والجهد في مقاومة مادية

١ - ٢ - ٢ : الممانعة الحثية في دائرة التيار المتردد

رأينا في الفصل مقرر دوائر كهربائية - ١ أنه عند تسليط تيار متردد $i(t)$ على ملف حثية ذاتية L (الشكل ١ - ١١) فإن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة $e(t)$ تعطى بالمعادلة 1-17. وستحاول هذه الق.د.ك أن تعاكس الجهد $v(t)$ بين أطراف الملف الذي تسبب في توليد التيار، وهكذا فإن العلاقة بين التيار والجهد في الملف هي

$$v(t) = -e(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad 1-17$$



شكل ١ - ١١ : التيار والجهد في ممانعة حثية

فعندما يمر التيار

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

في ملف، فإن الجهد بين طرفي هذا الملف يكون

$$\begin{aligned} v(t) &= \omega L I_m \cos(\omega t + \theta_i) \\ &= \omega L I_m \sin(\omega t + \theta_i + 90^\circ) \\ &= V_m \sin(\omega t + \theta_i + 90^\circ) \end{aligned}$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m = \omega L I_m \quad 1-18$$

ونسمي الكمية

$$X_L = \omega L \quad 1-19$$

بالممانعة الحثية للملف ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذا الملف .
وباستعمال القيم الفعالة

$$V = \omega LI = X_L I \quad 1-20$$

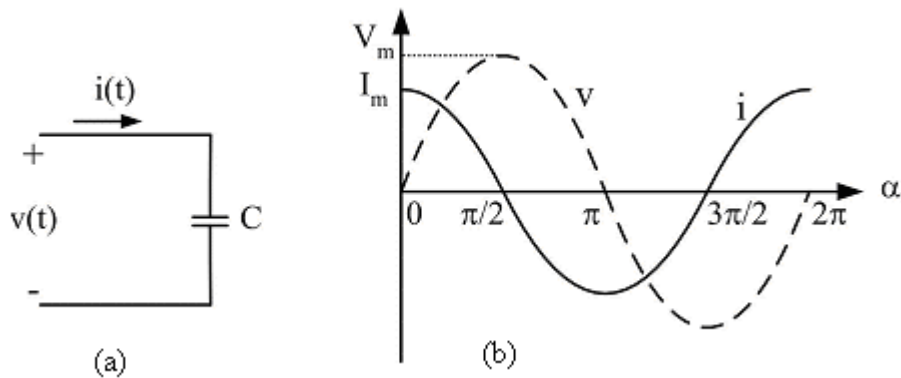
ونلاحظ أن موجة التيار تتخلف عن موجة الجهد بـ 90° ، وهذا موضح في الشكل ١ - ١١ b حيث
أخذنا $\theta_i = 0$ لتبسيط الرسم.

وننبه إلى أن السلك الذي يلف منه الملف له بعض المقاومة، ولهذا فإنه توجد للملف خاصيتان :
خاصية الحثية وخاصية المقاومة. وتصمم الملفات غالباً بحيث تكون ممانعاتها الحثية كبيرة مقارنة
بمقاوماتها. والملف الذي لا يحتوي على أي مقاومة (ملف مثالي) يسمى ملفاً نقياً، وفي هذه الوحدة فسنعتبر
أن كل الملفات نقية.

١ - ٢ - ٣ : الممانعة السعوية في دائرة التيار المتردد

رأينا في مقرر دوائر - ١ أن سعة المكثفة C تمثل النسبة بين الشحنة الكهربائية لهذه المكثفة
والجهد بين طرفيها. وحيث أن التيار يساوي تغير الشحنة بالنسبة للزمن ، فإن العلاقة بين التيار والجهد
في مكثفة (الشكل ١ - ١٢ a) هي

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad 1-21$$



شكل ١ - ١٢ : التيار والجهد في ممانعة سعوية

فعندما يكون الجهد بين طرفي المكثفة

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

فإن التيار الناتج هو

$$\begin{aligned} i(t) &= \omega C V_m \cos(\omega t + \theta) \\ &= \omega C V_m \sin(\omega t + \theta + 90^\circ) \\ &= I_m \sin(\omega t + \theta + 90^\circ) \end{aligned}$$

نلاحظ أن القيمة القصوى للجهد تتناسب مع القيمة القصوى للتيار

$$V_m = \frac{1}{\omega C} I_m \quad 1-22$$

ونسمي الكمية

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad 1-23$$

بالممانعة السعوية للمكثفة ، وذلك لأنها تعارض مرور التيار في هذه المكثفة .
وباستعمال القيم الفعالة

$$V = \frac{1}{\omega C} I = X_C I \quad 1-24$$

كما نلاحظ أن موجة التيار تتقدم على موجة الجهد بـ 90° ، وهذا موضح في الشكل ١- ١٢ b حيث أخذنا $\theta_v = 0$ لتبسيط الرسم.

١- ٢- ٤ : قانون أوم والمخطط الاتجاهي

المعاوقة المركبة

بما أن معاوقة أي عنصر هي النسبة بين الجهد V بين أطرافها والتيار I المار فيها فإننا نستطيع تمثيلها كذلك بعدد مركب يسمى المعاوقة المركبة Z ، وهكذا نكتب قانون أوم كما يلي:

$$V = Z I \quad 1-25$$

ويجب أن ننتبه إلى أنه على العكس من الجهود والتيارات المطاورة، فإن المعاوقة Z لا تمثل دالة جيبيية. وفيما يلي نطبق مفهوم المعاوقة المركبة على العناصر الأساسية الثلاثة : المقاومة والملف والمكثفة.

• المقاومة المادية

لقد رأينا أن الجهد بين طرفي المقاومة والتيار المار فيها لهما نفس الطور، فلو كان الجهد المطاور

$$V = V \angle \theta_v$$

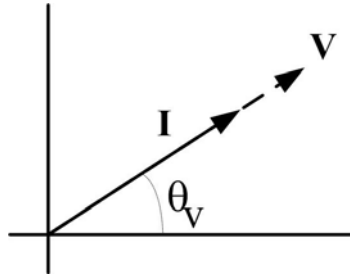
فإن التيار المطاور يكون

$$I = I \angle \theta_V$$

وعليه فإن النسبة بينهما والتي هي المعاوقة المركبة تساوي

$$Z_R = \frac{V \angle \theta_V}{I \angle \theta_V} = \frac{V}{I} \angle 0^\circ = R \angle 0^\circ = R \quad 1-26$$

حيث استعملنا المعادلة 1-16. وهكذا نرى أن المعاوقة المركبة لمقاومة مادية هي عدد حقيقي وقيمتها هي النسبة بين القيم الفعالة للجهد والتيار. ويبين الشكل ١ - ١٣ المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية.



شكل ١ - ١٣ : المخطط الاتجاهي لمقاومة مادية

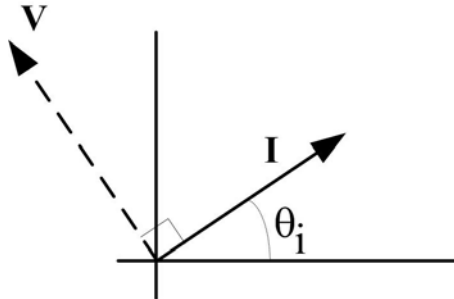
• الممانعة الحثية

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي ملف يتقدم على التيار المار فيه بزاوية 90° ، وهكذا فإن

$$\theta_i = \theta_V - 90^\circ$$

$$Z_L = \frac{V \angle \theta_V}{I \angle (\theta_V - 90^\circ)} = \frac{V}{I} \angle 90^\circ = X_L \angle 90^\circ = jX_L \quad 1-27$$

حيث استعملنا المعادلة 1-20، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد التخيلي ز قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي 90° . نستنتج أن المعاوقة المركبة لملف هي عدد تخيلي نقي. ويبين الشكل ١ - ١٤ المخطط الاتجاهي لملف.



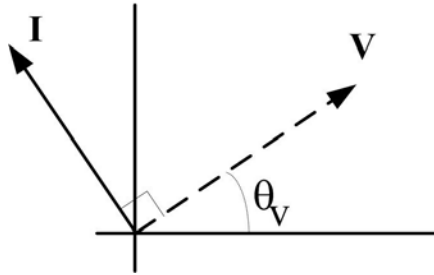
شكل ١ - ١٤ : المخطط الاتجاهي لممانعة حثية

• الممانعة السعوية

رأينا من قبل أن الجهد بين طرفي ملف يتأخر عن التيار المار فيه بزاوية 90° ، وهكذا فإن $\theta_i = \theta_v + 90^\circ$ ، وعليه فإن المعاوقة المركبة السعوية هي

$$Z_C = \frac{V \angle \theta_v}{I \angle (\theta_v + 90^\circ)} = \frac{V}{I} \angle -90^\circ = X_C \angle -90^\circ = -jX_C \quad 1-28$$

حيث استعملنا المعادلة 1-24، وكما نعلم من درس الأعداد المركبة فإن العدد j - قيمته المطلقة هي الواحد وإزاحته الزاوية هي 90° - . نستنتج أن المعاوقة المركبة لمكثفة هي عدد تخيلي نقي. . ويبين الشكل ١- ١٥ المخطط الاتجاهي لمكثفة.

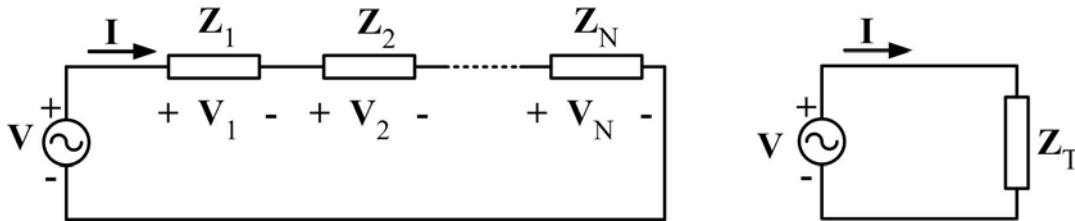


شكل ١- ١٥ : المخطط الاتجاهي لممانعة سعوية

١- ٢- ٥ : التوصيل على التوالي

يبين الشكل ١- ١٦ دائرة توالي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات يمر فيها نفس

التيار. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة Z_T .



الشكل ١- ١٦ : دائرة التوالي

وباستعمال قانون كيرشوف للجهد

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$

وقوانين أوم

$$V_x = Z_x I \quad , \quad V = Z_T I$$

حيث $x = 1, 2, \dots, N$ ، نستنتج

$$Z_T = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N$$

1-29

والشكل العام للمعاوقة Z_T هو

$$Z_T = R_T + j X_T = Z_T \angle \theta$$

1-30

والجزء الحقيقي R_T يمثل المقاومة الكلية و هو موجب، أو معدوم (إذا لم تكن هناك أي مقاومة في

الدائرة). أما الجزء التخيلي X_T فيمثل الممانعة الكلية ويمكن أن يكون:

○ موجباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أكبر من الممانعة السعوية الكلية.

○ معدوماً : إذا تساوت الممانعة الحثية الكلية و الممانعة السعوية الكلية، أو إذا لم تكن هناك أي

ممانعة في الدائرة.

○ سالباً : إذا كانت الممانعة الحثية الكلية أصغر من الممانعة السعوية الكلية.

والعلاقة بين مقياس المعاوقة Z_T والمقاومة R_T والممانعة X_T هي

$$Z_T = \sqrt{R_T^2 + X_T^2}$$

1-31

أما العلاقة بين الإزاحة الزاوية للمعاوقة θ و R_T و X_T فهي

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_T}{R_T} \right)$$

1-32

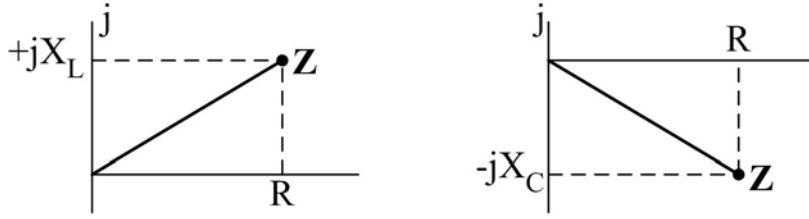
وتمثل هذه الزاوية تخلف التيار المطاور عن الجهد المطاور.

ويمكن توضيح المعاوقة في مستوى مركب. ولما كانت المقاومة لا تأخذ قيمة سالبة أبداً فإننا نحتاج إلى

الربعين الأول والرابع فقط. ونسمي الشكل التوضيحي الناتج بشكل المعاوقة (Impedance Diagram)،

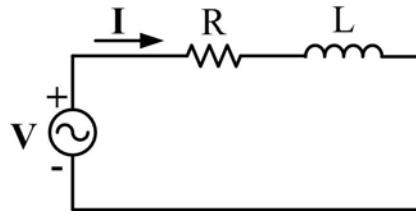
وكما هو مبين في الشكل ١٧ - ١ فإن المقاومة R ترسم على المحور الأفقي، أما الممانعة الحثية X_L

فترسم على محور j الموجب بينما ترسم الممانعة السعوية X_C على محور j السالب.



شكل ١ - ١٧ : أشكال المعاوقة

مثال ١ - ٢ - ١: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١ - ١٨ ، $L=8\text{mH}$ ، $R=7\Omega$ ، $v=100\sqrt{2} \sin(377t) \text{ V}$ احسب المعاوقة المكافئة وارسم شكلها، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهود V_L و V_R بين طرفي المقاومة وطرفي الحثية، وارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود



شكل ١ - ١٨

الحل:

$$X_L = \omega L = 377 \times 8 \times 10^{-3} = 3 \Omega$$

الممانعة الحثية

$$Z_T = R + jX_L$$

$$= 7 + j3 \Omega = 7.6 \angle 23.2^\circ \Omega$$

وبين الشكل ١ - ١٩ شكل المعاوقة.

الجهود الكلي:

$$V = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$$

التيار:

$$I = V / Z_T = 100 \angle 0^\circ / 7.6 \angle 23.2^\circ = 13.2 \angle -23.2^\circ \text{ A}$$

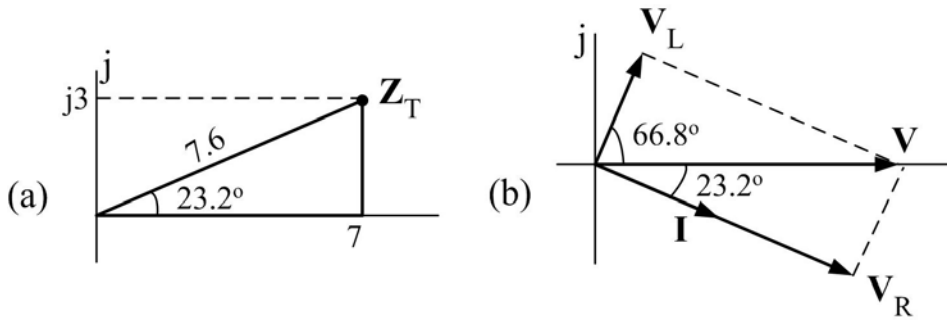
الجهود بين طرفي المقاومة:

$$V_R = R I = 7 \times 13.2 \angle -23.2^\circ = 92.4 \angle -23.2^\circ \text{ V}$$

الجهد بين طرفي الحثية :

$$V_L = jX_L I = 3 \angle 90^\circ \times 13.2 \angle -23.2^\circ = 39.6 \angle 66.8^\circ \text{ V}$$

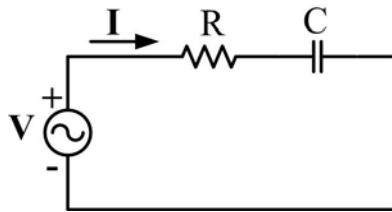
ويبين الشكل ١ - ١٩ b المخطط الاتجاهي .



شكل ١ - ١٩

وعلى العموم فإن التيار يتخلف عن الجهد بزاوية منحصرة بين 0 و 90° في أي دائرة توالٍ تحتوي على مقاومات وممانعات حثية (حمل مادي - حثي) .

مثال ١ - ٢ - ٢: احسب المعاوقة المكافئة للدائرة الموضحة في الشكل ١ - ٢٠ وارسم شكلها، ثم ارسم المخطط الاتجاهي للتيار والجهود V و V_R (بين طرفي المقاومة) و V_C (بين طرفي المكثفة)، علماً أن $v = 200\sqrt{2} \sin(377t) \text{ V}$ ، $C = 332 \mu\text{F}$ ، $R = 5 \Omega$



شكل ١ - ٢٠

الحل:

$$X_C = 1 / (\omega C) = 1 / (377 \times 332 \times 10^{-6}) = 8 \Omega$$

الممانعة السعوية

المعاوقة المكافئة:

$$\begin{aligned} Z_T &= R - jX_C \\ &= 5 - j8 \Omega = 9.4 \angle -58^\circ \Omega \end{aligned}$$

ويبين الشكل ١ - ٢١ شكل المعاوقة.

الجهد الكلي:

$$V = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

التيار :

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \mathbf{V} / \mathbf{Z}_T = 200 \angle 0^\circ / 9.4 \angle -58^\circ \\ &= 21.3 \angle 58^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

الجهد بين طرفي المقاومة

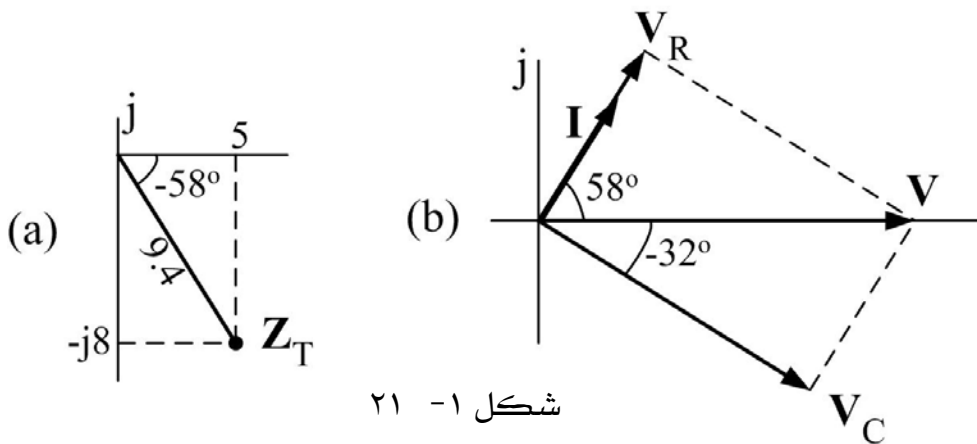
$$\mathbf{V}_R = R \mathbf{I} = 5 \times 21.3 \angle 58^\circ = 106.5 \angle 58^\circ \text{ V}$$

الجهد بين طرفي المكثفة

$$\mathbf{V}_C = -jX_C \mathbf{I} = 8 \angle -90^\circ \times 21.3 \angle 58^\circ = 170.4 \angle -32^\circ \text{ V}$$

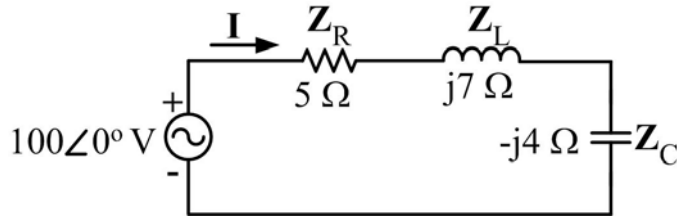
ويبين الشكل ١ - ٢١ المخطط الاتجاهي.

وعلى العموم فإن التيار يتقدم على الجهد بزاوية منحصرة بين 0° و 90° في أي دائرة توالٍ تحتوي على مقاومات وممانعات سعوية (حمل مادي - سعوي).



شكل ١ - ٢١

مثال ١ - ٢ - ٣: في دائرة التوالي الموضحة في الشكل ١ - ٢٢ احسب المعاوقة المكافئة Z_T والتيار \mathbf{I} وبين أن مجموع الهبوط في الجهد يساوي الجهد المطاوع المؤثر، ثم ارسم شكل المعاوقة والمخطط الاتجاهي.



شكل ٢٢ - ١

الحل:

$$Z_T = Z_R + Z_L + Z_C = 5 + j7 - j4$$

$$= 5 + j3 \Omega = 5.8 \angle 31^\circ \Omega$$

$$I = V / Z_T = 100 \angle 0^\circ / 5.8 \angle 31^\circ = 17.2 \angle -31^\circ \text{ A}$$

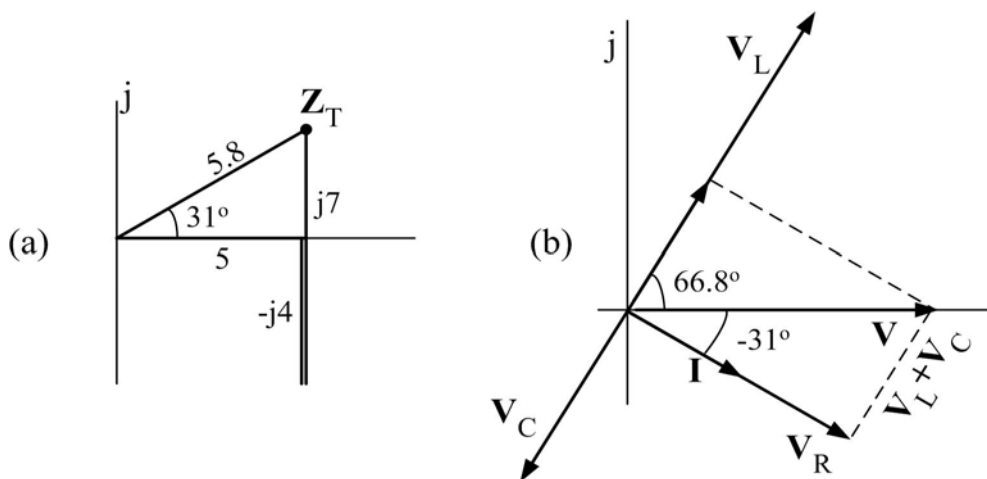
$$V_R = R I = 5 \times 17.2 \angle -31^\circ = 86 \angle -31^\circ \text{ V}$$

$$V_L = jX_L I = 7 \angle 90^\circ \times 17.2 \angle -31^\circ = 120.4 \angle 59^\circ \text{ V}$$

$$V_C = -jX_C I = 4 \angle -90^\circ \times 17.2 \angle -31^\circ = 68.8 \angle -121^\circ \text{ V}$$

$$V_R + V_L + V_C = (73.6 - j44.3) + (61.9 + j103.2) + (-35.5 - j59) = 100 \text{ V} = V$$

ويبين الشكل ٢٣ا - ١ شكل المعاوقة ، كما يبين الشكل ٢٣ب - ١ المخطط الاتجاهي.



شكل ٢٣ - ١

في هذا المثال نرى أن المعاوقة حثية، ولهذا فإن التيار I يتخلف عن الجهد المؤثر V بزاوية 31° والتي تساوي الإزاحة الزاوية للمعاوقة المكافئة. ونلاحظ أن هبوط الجهد V_R في المقاومة هو في اتجاه التيار، وأن هبوط الجهد V_L في الملف يتقدم عن التيار بزاوية 90° ، بينما يتخلف هبوط الجهد V_C في المكثفة عن التيار بزاوية 90° .

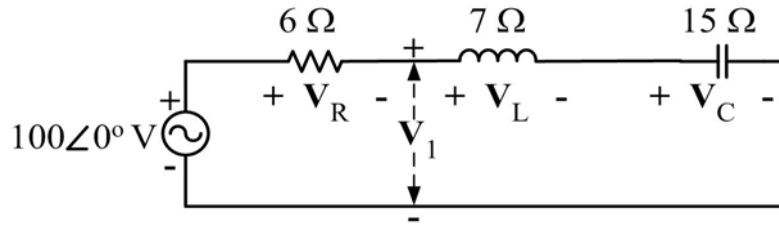
١ - ٢ - ٦ : قانون توزيع الجهد

يتوزع الجهد في معاوقات دائرة التوالي حسب القانون التالي

$$V_x = V \frac{Z_x}{Z_T}$$

حيث V_x هو الجهد بين طرفي معاوقات متجاورة معاقتها المكافئة Z_x ؛ Z_T هي المعاوقة المكافئة للدائرة؛ و V هو الجهد المؤثر.

مثال ١ - ٢ - ٤ : احسب الجهود V_R ، V_L ، V_C و V_1 في دائرة التوالي المبينة في الشكل ١ - ٢٤ ، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



الحل:

شكل ١ - ٢٤

$$Z_T = R + j X_L - j X_C = 6 + j7 - j15 = 6 - j8 \Omega = 10 \angle -53.1^\circ \Omega$$

$$V_R = \frac{R V}{Z_T} = \frac{6 \angle 0^\circ \times 100 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = 60 \angle 53.1^\circ V$$

$$V_L = \frac{j X_L V}{Z_T} = \frac{7 \angle 90^\circ \times 100 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = 70 \angle 143.1^\circ V$$

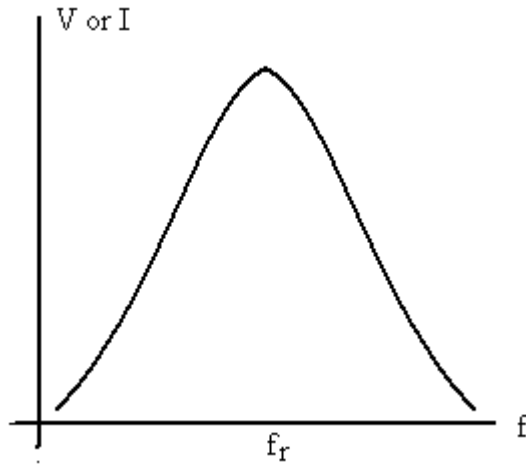
$$V_C = \frac{-j X_C V}{Z_T} = \frac{15 \angle -90^\circ \times 100 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = 150 \angle -36.9^\circ V$$

$$V_1 = \frac{(j X_L - j X_C) V}{Z_T} = \frac{(7 \angle 90^\circ - 15 \angle 90^\circ) 100 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = \frac{8 \angle -90^\circ \times 100 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = 80 \angle -36.9^\circ V$$

١ - ٢ - ٥ : الرنين في دوائر التوالي

دوائر الرنين من الدوائر الضرورية لتشغيل كثير من الأنظمة الكهربائية و الإلكترونية، وهي عبارة عن تشكيل من العناصر الأساسية R-L-C. يوضح الشكل ١ - ٢٥ منحنى الاستجابة لدائرة رنين وهي عبارة عن تغير القيمة الفعالة للجهد بين طرفي أحد مكونات الدائرة أو التيار المار فيها بدلالة تردد جهد المصدر. وكما نرى في الشكل ١ - ٢٥ فإن الاستجابة القصوى تحدث عندما يساوي التردد f_r و ثقل الاستجابة إلى اليمين وإلى اليسار من f_r بمعنى آخر أن دائرة الرنين تنتقي مدى معين من الترددات بحيث تكون الاستجابة قريبة للقيمة القصوى.

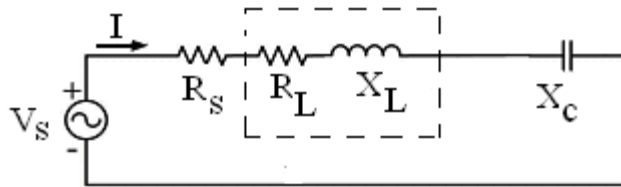
دائرة الاستقبال في جهاز الراديو أو التلفزيون لها منحنى استجابة مشابه للمنحنى الموضح في الشكل ١ - ٢٥ و بالتالي لا يمكن التقاط أي محطة إلا بعد ضبط التردد على f_r أو قريباً منها أما المحطات التي ترسل على ترددات بعيدة عن f_r إلى أقصى اليمين أو أقصى الشمال فإنها لا تلتقط. عندما نحصل على استجابة قصوى نقول إن الدائرة في حالة رنين وهذا يحدث عند تردد الرنين f_r .



شكل ١ - ٢٥ : منحنى الاستجابة لدائرة رنين

وهناك نوعان من دوائر الرنين : دوائر الرنين الموصلة على التوالي و دوائر الرنين الموصلة على التوازي. وفيما يلي ندرس دوائر الرنين الموصلة على التوالي فيما نرجى دوائر التوازي فيما بعد.

يوضح الشكل ١ - ٢٦ دائرة الرنين الموصلة على التوالي حيث المقاومة R_L هي المقاومة الداخلية للملف و المقاومة R_S هي مقاومة المصدر إضافة إلى أي مقاومة أخرى مضافة للتأثير على شكل منحنى الاستجابة.



شكل ١ - ٢٦ : دائرة الرنين الموصلة على التوالي

$$R = R_s + R_L$$

اعتبر أن

إذن المعاوقة الكلية لهذه الدائرة هي :

$$Z_T = R + jX_L - jX_c = R + j(X_L - X_c)$$

الرنين يحدث عندما :

$$X_L = X_c$$

1-33

إذن المعاوقة الكلية عند حدوث الرنين هي :

$$Z_T = R$$

1-34

يمكن الحصول على تردد الرنين بدلالة المحاثة L و السعة C من المعادلة ١- ٣٣ بما أن :

$$X_L = \omega_s L ; X_C = \frac{1}{\omega_s C}$$

إذن :

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 1-35$$

ويكون تردد الرنين

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad 1-36$$

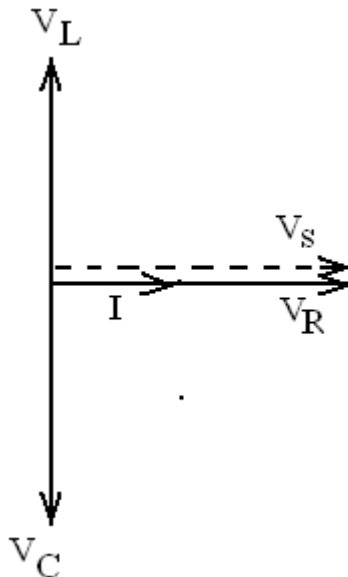
التيار خلال الدائرة أثناء الرنين هو :

$$I \angle \theta_I = \frac{V_s \angle \theta_V}{R} = \frac{V_s}{R} \angle \theta_V$$

حيث يلاحظ أن التيار يصل إلى أعلى قيمة له عند حدوث الرنين و يلاحظ أيضا أن التيار وجهد المصدر لهما نفس زاوية الطور .

بما إن نفس التيار يمر خلال الملف والمكثف فإن الجهد عبر كل منهما متساوٍ في المقدار ومختلف في زاوية الطور بمقدار ١٨٠ درجة

ويمثل الشكل ١- ٢٧ المخطط الاتجاهي للجهود و التيار وكما نلاحظ فإن الجهد بين طرفي المقاومة يساوي جهد المصدر عند حدوث الرنين .



شكل ١ - ٢٧ : المخطط الاتجاهي لدائرة الرنين عند حدوث الرنين

مثال ١ - ٢ - ٥ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١ - ٢٨ أوجد I , V_R , V_L , V_C

الحل :

عند حدوث الرنين

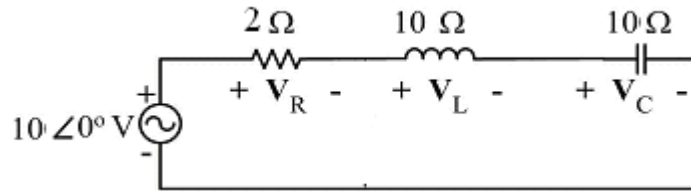
$$Z_T = R = 2\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{10\angle 0}{2\angle 0} = 5\angle 0 \text{ A}$$

$$V_R = IR = 5\angle 0 \times 2 = 10\angle 0 \text{ V}$$

$$V_L = I \cdot X_L = 5\angle 0 \times 10\angle 90^\circ = 50\angle 90^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I \cdot X_C = 5\angle 0 \times 10\angle -90^\circ = 50\angle -90^\circ \text{ V}$$

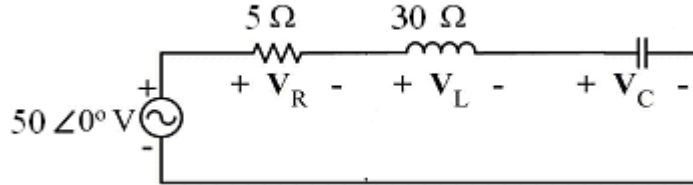


شكل ١ - ٢٨

مثال ١- ٢- ٥ : في دائرة الرنين الموضحة في الشكل ١- ٢٩ أوجد ما يلي :

أ- قيمة X_C عند الرنين .

ب- قيمة التيار I وقيم الجهود V_C V_L V_R عند الرنين .



شكل ١- ٢٩

الحل :

أ- عند الرنين :

$$X_C = X_L = 30 \Omega$$

ت- عند الرنين :

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{50 \angle 0}{5 \angle 0} = 10 \angle 0 \text{ A}$$

$$V_R = V_s = 50 \angle 0 \text{ V}$$

$$V_L = I \cdot X_L = 10 \angle 0 \times 30 \angle 90^\circ = 300 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I \cdot X_C = 10 \angle 0 \times 30 \angle -90^\circ = 300 \angle -90^\circ \text{ V}$$

١- ٢- ٥ : التوصيل على التوازي

يبين الشكل ١- ٣٠ دائرة توازي وهي تتكون من مصدر جهد ومن معاوقات خاضعة لنفس

الجهد المؤثر بين أطرافها. ونستطيع تمثيل هذه المعاوقات بمعاوقة مكافئة Z_T .

وباستعمال قانون كيرشوف للتيار

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

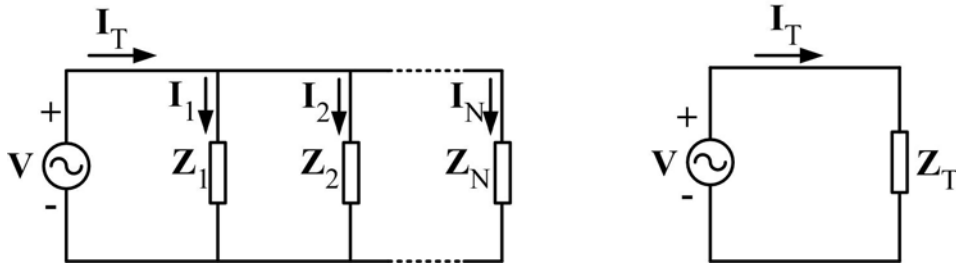
وقوانين أوم

$$I_x = V / Z_x , \quad I_T = V / Z_T$$

حيث $x = 1, 2, \dots, N$ ، نستنتج

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_N}$$

1-37



الشكل ١ - ٣٠: دائرة التوازي

وهنا يستحسن استعمال السماحيات المركبة Y عوضا عن المعاوقات Z ، حيث $Y = 1/Z$ ، وبهذا نكتب المعادلة 1-37 كما يلي

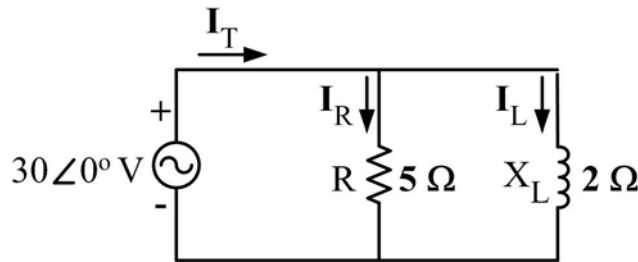
$$Y_T = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N \quad 1-38$$

ووحدة السماحية هي Siemens (ورمزها S) أما شكلها العام فهو

$$Y_T = G_T + j B_T \quad 1-39$$

والجزء الحقيقي G_T يسمى المواسلة (مقلوب المقاومة) وهي موجبة، أما الجزء التخيلي B_T فيسمى التقبلية ويمكن أن تكون موجبة (تقبلية سعوية) أو سالبة (تقبلية حثية).

مثال ١ - ٢ - ٦: في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١ - ٣١، احسب السماحية المكافئة وارسم شكلها، ثم احسب التيار الكلي وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



الشكل ١ - ٣١

الحل :

$$Y_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{5} + \frac{1}{j2} = 0.2 - j0.5 \text{ S} = 0.54 \angle -68.2^\circ \text{ S}$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.54 \angle -68.2^\circ} = 1.9 \angle 68.2^\circ \Omega$$

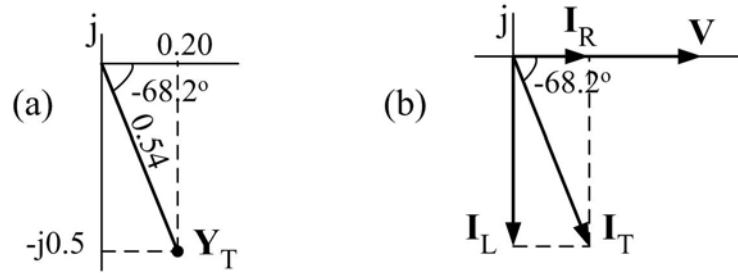
ويبين الشكل ١ - ٣٢a شكل السماحية.

$$I_T = \frac{V}{Z_T} = Y_T V = 0.54 \angle -68.2^\circ \times 30 \angle 0^\circ = 16.2 \angle -68.2^\circ \text{ A}$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{30 \angle 0^\circ}{5} = 6 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_L = \frac{V}{jX_L} = \frac{30 \angle 0^\circ}{2 \angle 90^\circ} = 15 \angle -90^\circ \text{ A}$$

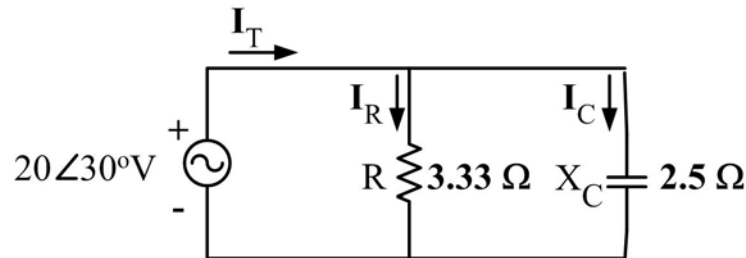
ويوضح الشكل ١ - ٣٢b الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر



الشكل ١ - ٣٢

وكما نرى فإن التيار الكلي يتخلف عن الجهد وذلك لأن الحمل مادي - حثي

مثال ١ - ٢ - ٧ : ارسم شكل السماحية والشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر لدائرة التوازي الموضحة في الشكل ١ - ٣٣.



الشكل ١ - ٣٣

الحل :

$$Y_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{3.33} + \frac{1}{-j2.5} = 0.3 + j0.4 \text{ S} = 0.5 \angle 53.1^\circ \text{ S}$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.5 \angle 53.1^\circ} = 2 \angle -53.1^\circ \Omega$$

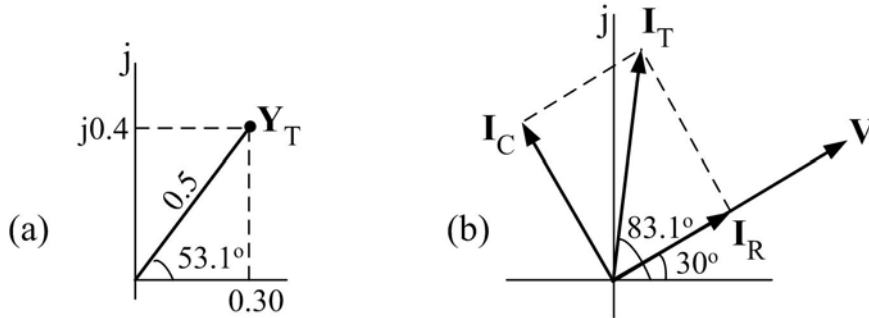
ويبين الشكل ١ - ٣٤ شكل السماحية.

$$I_T = \frac{V}{Z_T} = Y_T V = 0.5 \angle 53.1^\circ \times 20 \angle 30^\circ = 10 \angle 83.1^\circ \text{ A}$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{20 \angle 30^\circ}{3.33} = 6 \angle 30^\circ \text{ A}$$

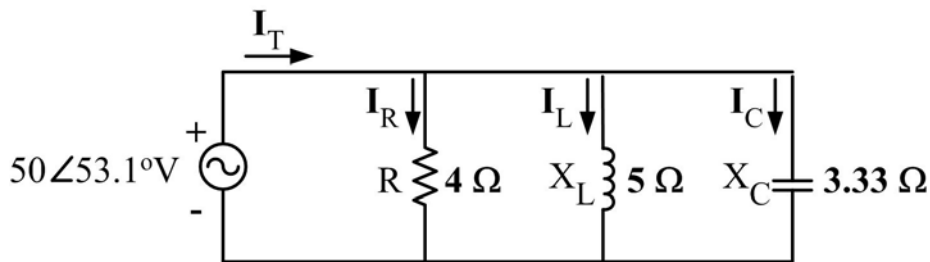
$$I_C = \frac{V}{-jX_C} = \frac{20 \angle 30^\circ}{2.5 \angle -90^\circ} = 8 \angle 120^\circ \text{ A}$$

ويوضح الشكل ١ - ٣٤ الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر، ونلاحظ أن التيار يتقدم على الجهد.



الشكل ١ - ٣٤

مثال ١ - ٢ - ٨ :: في دائرة التوازي الموضحة في الشكل ١ - ٣٥ احسب السماحية المكافئة Y_T والتيار الكلي I_T وبين أن مجموع التيارات I_R و I_L و I_C يساوي I_T ، ثم ارسم شكل السماحية والشكل المطاور.



الشكل ١ - ٣٥

الحل:

$$Y_T = Y_R + Y_L + Y_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{-j3.33}$$

$$= 0.25 + j0.1 \text{ S} = 0.27 \angle 21.8^\circ \text{ S}$$

$$Z_T = 1 / Y_T = 3.7 \angle -21.8^\circ \Omega$$

$$I_T = Y_T V = 0.27 \angle 21.8^\circ \times 50 \angle 53.1^\circ = 13.5 \angle 74.9^\circ \text{ A}$$

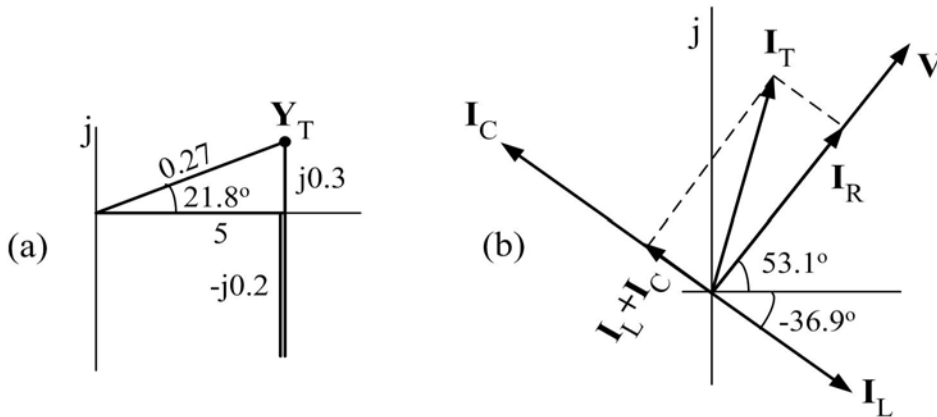
$$I_R = V / R = 50 \angle 53.1^\circ / 4 = 12.5 \angle 53.1^\circ \text{ A}$$

$$I_L = V / jX_L = 50 \angle 53.1^\circ / 5 \angle 90^\circ = 10 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$I_C = V / -jX_C = 50 \angle 53.1^\circ / 3.33 \angle -90^\circ = 15 \angle 143.1^\circ \text{ A}$$

$$I_R + I_L + I_C = (7.5 + j10) + (8 - j6) + (-12 + j9) = 3.5 + j13 \text{ A} = I_T$$

ويبين الشكل ١- ٣٦ شكل السماحية، كما يبين الشكل ١- ٣٦ الشكل المطاوراً والمخطط الاتجاهي.



الشكل ١- ٣٦

وكما نرى فإن التيار الكلي يتقدم على الجهد المؤثر، مما يدل على أن الحمل الكلي مادي - سعوي.

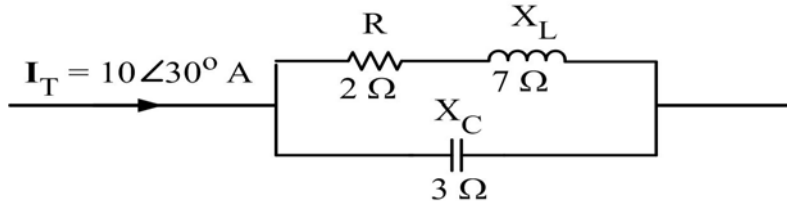
١ - ٢ - ٥ : قانون توزيع التيار

يتوزع التيار في المعاوقتين Z_1 و Z_2 على التوازي حسب القانونين

$$I_1 = \frac{Z_2 I_T}{Z_1 + Z_2}, \quad I_2 = \frac{Z_1 I_T}{Z_1 + Z_2} \quad 1-40$$

حيث I_T هو التيار الكلي الذي يتفرع في المعاوقتين.

مثال ١ - ٢ - ٩ : احسب التيار في كل فرع في الشكل 2-28 ، وذلك باستعمال قانون توزيع التيار.



الشكل ١ - ٣٧

الحل:

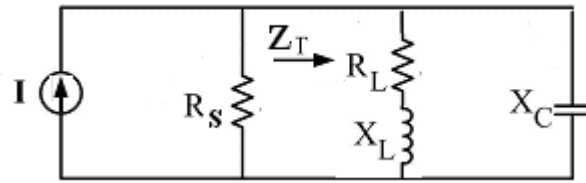
$$I_{RL} = \frac{-jX_C I_T}{(R + jX_L) - jX_C} = \frac{3\angle -90^\circ \times 10\angle 30^\circ}{2 + j7 - j3} = \frac{30\angle -60^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 6.71\angle -123.4^\circ \text{ A}$$

$$I_C = \frac{(R + jX_L) I_T}{(R + jX_L) - jX_C} = \frac{(2 + j7) 10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = \frac{7.28\angle 74.1^\circ \times 10\angle 30^\circ}{4.47\angle 63.4^\circ} = 16.29\angle 40.7^\circ \text{ A}$$

١ - ٢ - ٦ : الرنين في دوائر التوازي

دائرة الرنين الموصلة على التوازي تأخذ عادة الشكل الموضح في الشكل ١ - ٣٨ حيث R_L

هي المقاومة الداخلية للملف و R_S المقاومة الداخلية لمصدر التيار. هذه الدائرة عادة ما تسمى بدائرة الخزان نسبة إلى اختزان الطاقة بواسطة الملف والمكثف .



الشكل ١ - ٣٨

بما أن دائرة الخزان هذه تستخدم عادة مع عناصر إلكترونية تحتاج إلى تيار ثابت مثل الترانزستور ، لذا يستحسن إن توصل بمصدر للتيار و ليس بمصدر للجهد كما هو الحال في دوائر الرنين الموصلة على التوالي .

في البداية سنقوم باستبدال الفرع الذي يحتوي على توالي R-L بفرع آخر يحتوي على توازي R-L كما يلي :

$$Z_{R-L} = R_L + jX_L$$

$$Y_{R-L} = \frac{1}{Z_{R-L}} = \frac{1}{R_L + jX_L}$$

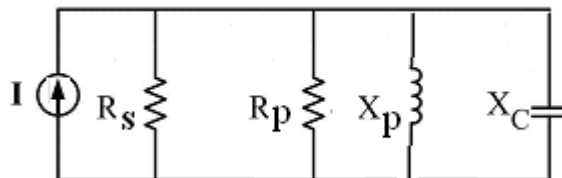
$$Y_{R-L} = \frac{1}{R_L + jX_L} \times \frac{R_L - jX_L}{R_L - jX_L}$$

$$Y_{R-L} = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{X_p}$$

حيث

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} \quad X_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L}$$

بالتالي يصبح شكل دائرة الرنين المتوازي كما هو موضح في الشكل ١ - ٣٩



الشكل ١ - ٣٩

عند حدوث الرنين

$$X_C = X_p \Rightarrow X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} \quad 1-41$$

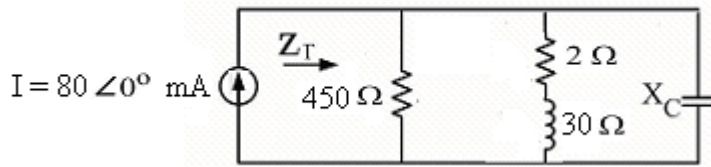
وبعد بعض الخطوات البسيطة نحصل على تردد الرنين

$$f_p = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{L}{C} - R_L^2} \quad 1-42$$

ويلاحظ أن هذا التردد يعتمد على قيمة المقاومة R_L ويلاحظ كذلك أن مقاومة المصدر R_S ليس لها تأثير على تردد الرنين .

مثال ١- ٢- ١٠ : من الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤٠ أوجد ما يلي :

- أوجد قيمة X_C عند حدوث الرنين .
- المقاومة الكلية Z_T عند حدوث الرنين
- التيارات I_C ، I_L عند حدوث الرنين
- إذا كان تردد الرنين هو 20.000 Hz أوجد قيمة L و C عند حدوث الرنين .



الشكل ١- ٤٠

الحل :

- عند حدوث الرنين نستعمل المعادلة ١- ٤١

$$X_C = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L} = \frac{2^2 + 30^2}{30} \approx 30 \Omega$$

- عند حدوث الرنين تكون المعاوقة الكلية

$$Z_T = \frac{R_s R_p}{R_s + R_p}$$

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} = \frac{2^2 + 30^2}{2} = 452 \Omega$$

$$Z_T = \frac{450 \times 452}{450 + 452} = 225.5 \Omega$$

• الجهد بين طرفي المكثفة

$$V = I Z_T = 80 \times 10^{-3} \angle 0^\circ \times 225.5 \angle 0^\circ = 18 \angle 0^\circ V$$

وبذلك

$$I_L = \frac{V}{R_L + j X_L} = \frac{18 \angle 0^\circ}{2 + j 30} = 0.6 \angle -86^\circ A$$

$$I_C = \frac{V}{-j X_C} = \frac{18 \angle 0^\circ}{30 \angle -90^\circ} = 0.6 \angle 90^\circ A$$

• عند حدوث الرنين تكون قيم L و C

$$X_L = 2\pi f_p L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f_p} = \frac{30}{2\pi \times 20000} = 2.4 \times 10^{-4} H$$

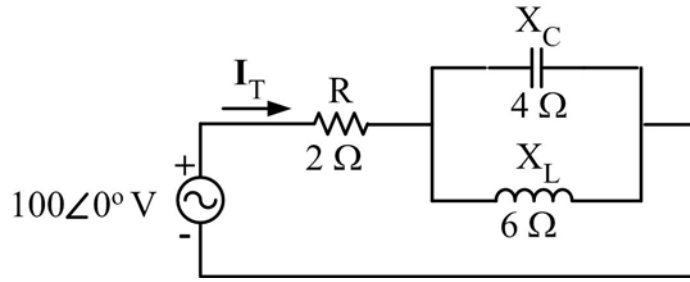
$$X_C = \frac{1}{2\pi f_p C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f_p X_C} = \frac{1}{2\pi \times 20000 \times 30} = 2.65 \times 10^{-7} F$$

١- ٢- ٧ : التوصيل على التوالي - التوازي

كثير من الدوائر الكهربائية لا تحتوي على عناصر مربوطة على التوالي فقط أو على التوازي فقط، وإنما تتكون من فروع بعضها على التوالي وبعضها على التوازي. وتبين الأمثلة التالية الخطوات المستعملة لتحليل مثل هذه الدوائر.

مثال ١- ٢- ١١ : في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤١، احسب مايلي:

- أ- المعاوقة المكافئة Z_T ؛
- ب- التيار الكلي I_T ؛
- ج- التيار في الملف I_L ؛
- د- الجهد بين طرفي المقاومة V_R ؛
- هـ- الجهد بين طرفي المكثفة V_C .



الشكل ١ - ٤١

الحل :

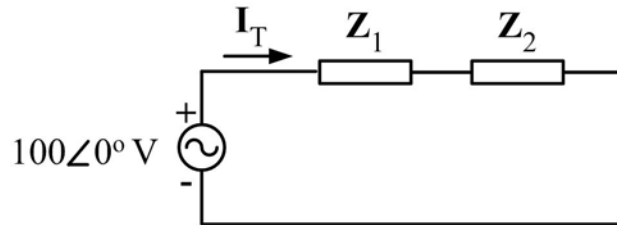
أ - لتسهيل حساب المعاوقة المكافئة أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١ - ٤٢ ، حيث

$$Z_1 = R = 2 \Omega$$

$$Z_2 = \frac{(jX_L)(-jX_C)}{(jX_L) + (-jX_C)} = \frac{(6 \angle 90^\circ)(4 \angle -90^\circ)}{j6 - j4} = -j12 \Omega = 12 \angle -90^\circ \Omega$$

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = 2 - j12 \Omega = 12.17 \angle -80.5^\circ \Omega$$

نستنتج أن الحمل مادي - سعوي



الشكل ١ - ٤٢

ب -

$$I_T = \frac{V}{Z_T} = \frac{100 \angle 0^\circ}{12.17 \angle -80.5^\circ} = 8.22 \angle 80.5^\circ \text{ A}$$

ج - لحساب التيار في الملف نستعمل قانون توزيع التيار :

$$I_L = \frac{(-jX_C)I_T}{(-jX_C) + (jX_L)} = \frac{(4 \angle -90^\circ)(8.22 \angle 80.5^\circ)}{2 \angle 90^\circ} = 16.44 \angle -99.5^\circ \text{ A}$$

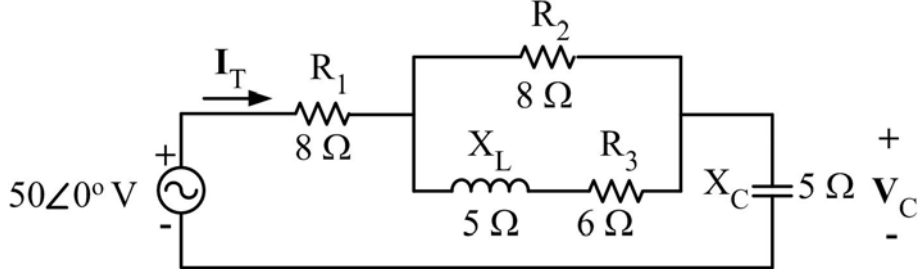
$$V_R = R I_T = 2 \times 8.22 \angle 80.5^\circ = 16.44 \angle 80.5^\circ \text{ V} \quad \text{د -}$$

$$V_C = Z_2 I_T = 12 \angle -90^\circ \times 8.22 \angle 80.5^\circ = 98.64 \angle -9.5^\circ \text{ V} \quad \text{ه -}$$

مثال ١ - ٢ - ١٢ : في الدائرة الموضحة في الشكل ١ - ٤٣ ، احسب مايلي:

أ - الجهد بين طرفي المكثفة V_C باستعمال قانون توزيع الجهد .

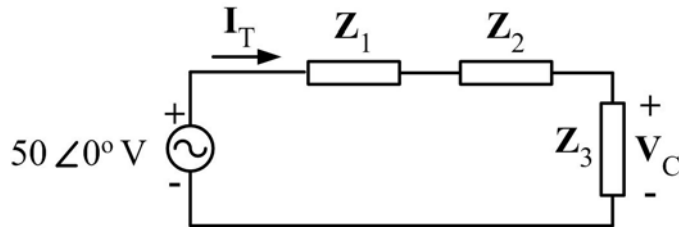
ب - التيار الكلي I_T .



الشكل ١ - ٤٣

الحل :

أ - لتسهيل حساب الجهد V_C أعد رسم الدائرة كما في الشكل ١ - ٤٤ ، حيث



الشكل ١ - ٤٤

$$Z_1 = R_1 = 8 \Omega$$

$$Z_2 = \frac{R_2 (R_3 + jX_L)}{R_2 + (R_3 + jX_L)} = \frac{8(6 + j5)}{8 + (6 + j5)} = \frac{62.48 \angle 39.8^\circ}{14.87 \angle 19.7^\circ} = 4.2 \angle 20.1^\circ \Omega = 3.94 + j1.44 \Omega$$

$$Z_3 = -jX_C = -j5 \Omega$$

وباستعمال قانون توزيع الجهد نحسب الجهد

$$V_C = \frac{Z_3 V}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(5 \angle -90^\circ)(50 \angle 0^\circ)}{(8) + (3.94 + j1.44) + (-j5)} = \frac{250 \angle -90^\circ}{12.46 \angle -16.6^\circ} = 20.06 \angle -73.4^\circ \text{ V}$$

-ب-

$$I_T = \frac{V_C}{-jX_C} = \frac{20.06 \angle -73.4^\circ}{5 \angle -90^\circ} = 4.01 \angle 16.6^\circ \text{ A}$$

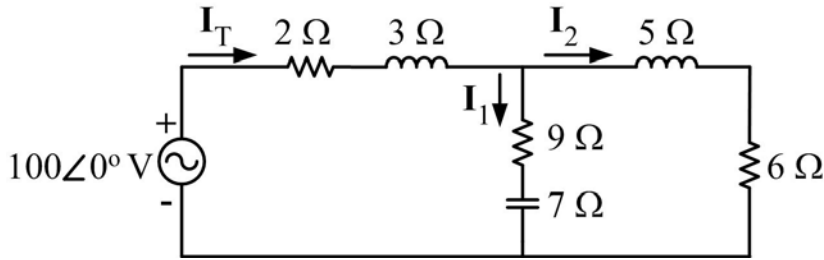
مثال ١- ٢- ١٣: في الدائرة الموضحة في الشكل ١- ٤٥، احسب مايلي:

أ- المعاوقة المكافئة Z_T ؛

ب- التيار الكلي I_T ؛

ج- التيار في المعاوقة المادية-السعوية I_1 ؛

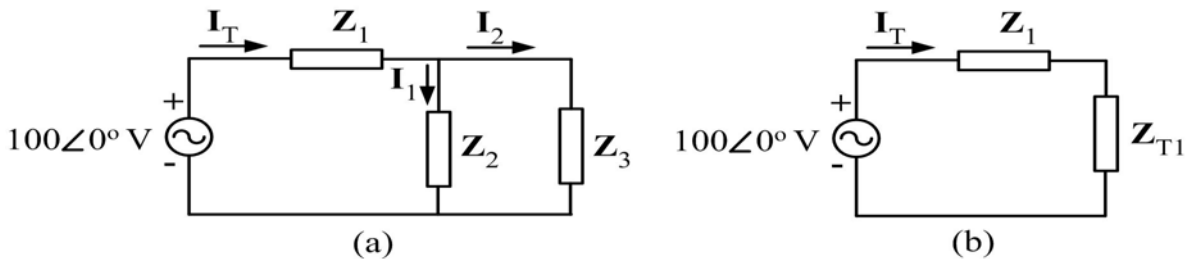
د- التيار في المعاوقة المادية-الحثية I_2 .



الشكل ١- ٤٥

الحل :

نعيد رسم الدائرة كما في الشكلين ١- ٤٦، حيث:



الشكل ١- ٤٦

$$\mathbf{Z}_1 = 2 + j3 \Omega = 3.61 \angle 56.3^\circ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = 9 - j7 \Omega = 11.4 \angle -37.9^\circ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = 6 + j5 \Omega = 7.81 \angle 39.8^\circ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{T1} = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(11.4 \angle -37.9^\circ)(7.81 \angle 39.8^\circ)}{(9 - j7) + (6 + j5)} = \frac{89.03 \angle 1.9^\circ}{15.13 \angle -7.6^\circ}$$

$$= 5.88 \angle 9.5^\circ \Omega = 5.8 + j0.97 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{T1} = 2 + j3 + 5.8 + j0.97 = 7.8 + j3.97 \Omega = 8.75 \angle 27^\circ \Omega \quad \text{أ-}$$

$$\mathbf{I}_T = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100 \angle 0^\circ}{8.7 \angle 27^\circ} = 14.3 \angle -27^\circ \text{ A} \quad \text{ب-}$$

ج- نستعمل قانون توزيع التيار لحساب التيار \mathbf{I}_1

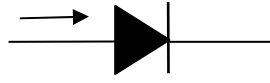
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(7.8 \angle 39.8^\circ)(14.3 \angle -27^\circ)}{(9 - j7) + (6 + j5)} = \frac{111.54 \angle 12.8^\circ}{15.13 \angle -7.6^\circ} = 7.37 \angle 20.4^\circ \text{ A}$$

د- نستعمل قانون كيرشوف للتيار لحساب التيار \mathbf{I}_2

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_T - \mathbf{I}_1 = (14.3 \angle -27^\circ) - (7.37 \angle 20.4^\circ) = 10.69 - j5.71 - (5.52 + j2.05) = 9.25 \angle -56^\circ \text{ A}$$

١ - ٢ - ٨ : دوائر مقومات التيار المتردد البسيطة

تشتغل معظم الأجهزة الإلكترونية وكثير من الأجهزة الكهربائية بالتيار المستمر، ولتوفير القدرة لهذه الأجهزة عبر شبكات التوزيع ذات التيار المتردد نحتاج إلى مقومات (وتسمى كذلك موحدات) لتحويل التيار المتردد إلى تيار مستمر. وتستعمل المقومات الديودات (diodes) وهي أجهزة إلكترونية مصنوعة من أشباه الموصلات (السييليكون غالباً) لاتسمح بمرور التيار إلا في اتجاه واحد، ونسعى قطب الديود الذي يدخل منه التيار المصعد (anode)، كما نسمى القطب الآخر (الذي يخرج منه التيار) المهبط (cathode). ويبين الشكل ١ - ٤٧ رمز الديود كما يوضح السهم في الشكل الاتجاه المسموح به للتيار.

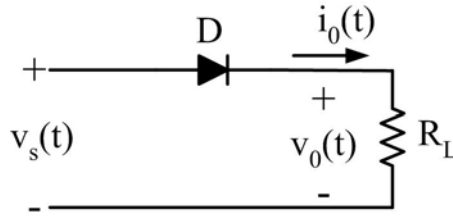


الشكل ١ - ٤٧ : رمز الديود

فيما يلي سندرس بإيجاز نوعين مشهورين من هذه المقومات.

مقوم نصف موجة

يوضح الشكل ١ - ٤٨ دائرة تقويم نصف موجة، وهي تتكون من مصدر تيار متردد (محول غالباً) وديود D وحمل مكون من مقاومة مادية R_L . وبما أن التيار لا يمر في الديود إلا عندما يكون الجهد بين مصعدها ومهبطها موجياً، فإن أشكال موجات التيار المار في الحمل المادي i_0 والجهد بين طرفيه v_0 تكون كما في الشكل ١ - ٤٩، كما يبين نفس الشكل موجة جهد المصدر v_s .



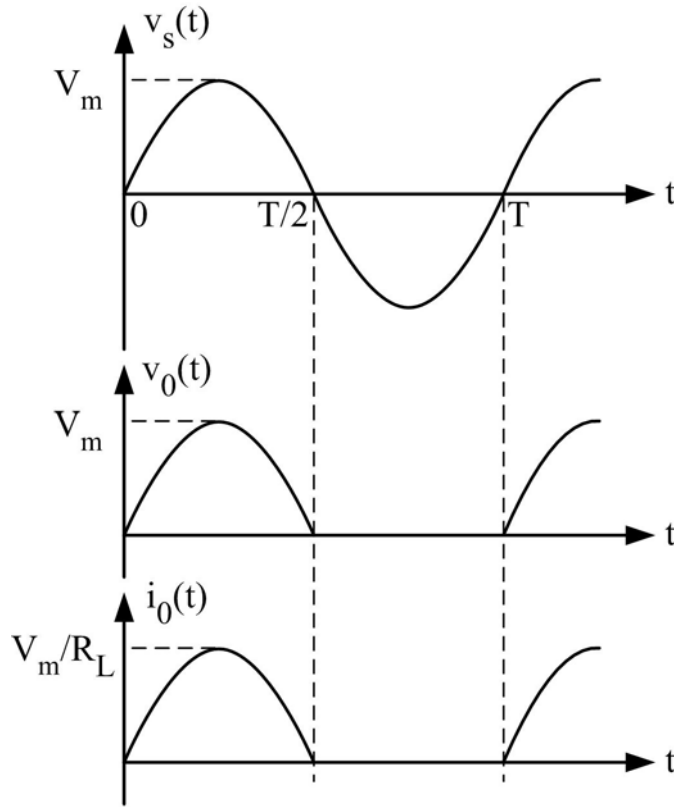
الشكل ١ - ٤٨ : دائرة المقوم نصف موجة

وكما نلاحظ فإن الجهد بين طرفي الحمل يتغير مع الزمن ولكن قطبيته ثابتة، أما قيمته المتوسطة (الجهد المستمر) فإنها تحسب باستعمال المعادلة ١ - ٥

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin \omega t \, dt = \frac{V_m}{\pi} = 0.318V_m \quad 1-43$$

حيث V_m هي القيمة القصوى لجهد المصدر. أما القيمة المتوسطة لتيار الحمل فهي

$$I_0 = 0.318 \frac{V_m}{R_L} = 0.318I_m \quad 1-44$$



الشكل ١- ٤٩: الأشكال الموجية لدائرة المقوم نصف موجة

يتميز مقوم نصف الموجة بالبساطة حيث لا يستعمل إلا ديود واحدة، ولكن قيمة جهد الحمل المستمر صغيرة مقارنة بالقيمة القصوى لجهد المصدر، وهذا راجع إلى كون المقوم لا يستغل إلا نصف الموجة الموجب لجهد المصدر.

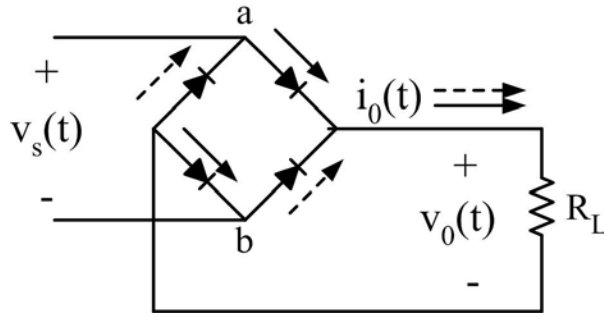
قنطرة التقويم الموجي الكامل

يبين الشكل ١- ٥٠ دائرة قنطرة التقويم الموجي الكامل، وتدل الأسهم ذات الخط المتواصل على اتجاه تيار الحمل عندما يكون الجهد موجباً في النقطة a بينما تدل الأسهم ذات الخط المتقطع على اتجاه التيار عندما يكون الجهد موجباً في النقطة b. وكما نرى فإن هذا المقوم أكثر تعقيداً من المقوم نصف الموجه، حيث يستعمل أربعة ديودات على شكل قنطرة، ولكنه يستغل موجة جهد المصدر كلها مما يؤدي إلى الحصول على جهد مستمر ذي قيمة أعلى. ويوضح الشكل ١- ٥١ الأشكال الموجية لجهد المصدر والحمل ولتيار الحمل.

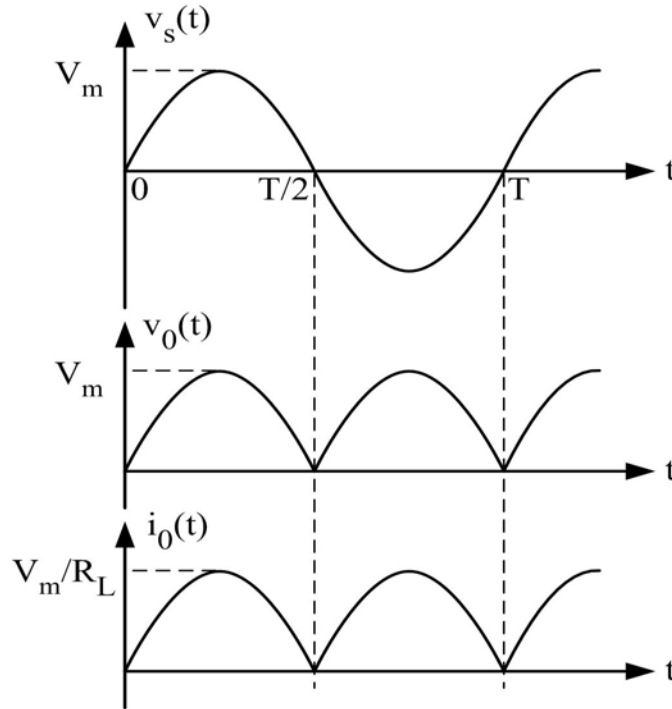
وتعطى القيم المتوسطة لجهد وتيار الحمل بالمعادلتين

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T V_m \sin \omega t \, dt = \frac{2V_m}{\pi} = 0.636V_m \quad 1-45$$

$$I_0 = 0.636 \frac{V_m}{R_L} = 0.636I_m \quad 1-46$$



الشكل ١- ٥٠: دائرة قنطرة التقويم الموجي الكامل

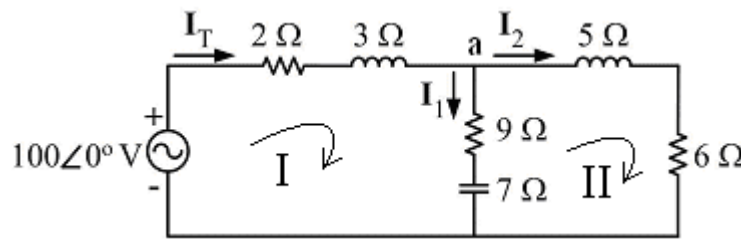


الشكل ١- ٥١: الأشكال الموجية لدائرة قنطرة التقويم الموجي

١ - ٢ - ٩ : قوانين كيرشوف في دوائر التيار المتردد

لحل مسائل التيار المتردد نستخدم جميع قوانين التيار المستمر بما فيها قوانين كيرشوف للتيار وللجهد شريطة أن نستعمل المعاوقة المركبة مكان المقاومة وأن نعبر عن التيار والجهد عن طريق متجهات. ولتوضيح استعمال قوانين كيرشوف في الدوائر البسيطة نحل المثال التالي.

مثال ١ - ٢ - ١٤ : استعمال قوانين كيرشوف لحساب التيارات في الدائرة المبينة في الشكل ١ - ٥٢.



الشكل ١ - ٥٢

الحل:

لدينا ثلاثة تيارات للحساب ولذا يجب استعمال ثلاثة معادلات.

المعادلة ١: قانون كيرشوف للتيار عند العقدة a:

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

المعادلة ٢: قانون كيرشوف للجهد في الفرع I:

$$-100\angle 0^\circ + (2 + j3)I_T + (9 - j7)I_1 = 0$$

المعادلة ٣: قانون كيرشوف للجهد في الفرع II:

$$-(9 - j7)I_1 + (6 + j5)I_2 = 0$$

ثم نقوم بترتيب المعادلات:

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

$$(2 + j3)I_T + (9 - j7)I_1 + 0I_2 = 100\angle 0^\circ$$

$$0I_T - (9 - j7)I_1 + (6 + j5)I_2 = 0$$

وباستعمال طريقة المحددات نحصل على التيارات

$$I_T = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 100\angle 0^\circ & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 11.4 \angle -27^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ (2+j3) & 100\angle 0^\circ & 0 \\ 0 & 0 & (6+j5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 5.9 \angle 20.4^\circ \text{ A}$$

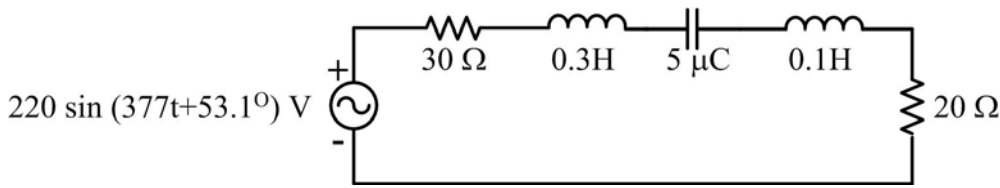
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ (2+j3) & (9-j7) & 100\angle 0^\circ \\ 0 & -(9-j7) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (2+j3) & (9-j7) & 0 \\ 0 & -(9-j7) & (6+j5) \end{vmatrix}} = 5.9 \angle 20.4^\circ \text{ A}$$

مسائل الفصل الثاني

١-٢-١ إذا كان التيار المار في حمل معين $i(t)=6\sin(377t+30^\circ)A$ ، وكان الجهد بين طرفيه $v(t)=220\sin(377t+60^\circ)V$ ، أوجد التيار المطاور والجهد المطاور وكذلك المعاوقة المركبة للحمل، ثم ارسم الشكل المطاور.

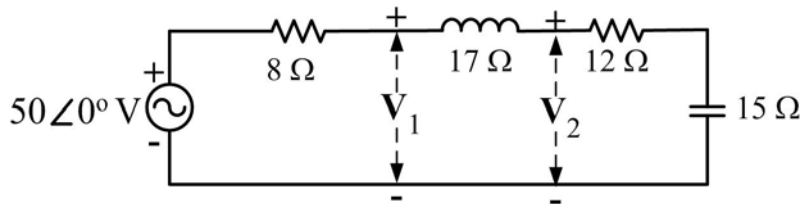
١-٢-٢ أعد المسألة ١-٢-١ إذا كان التيار $i(t)=10\sin(377t)A$ ، وكان الجهد $v(t)=380\cos(377t+60^\circ)V$.

١-٢-٣ احسب المعاوقة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ١-٢-٣ وارسم شكلها، ثم احسب التيار المار في الدائرة والجهد بين طرفي كل عنصر، وارسم الشكل المطاور للتيار والجهد.



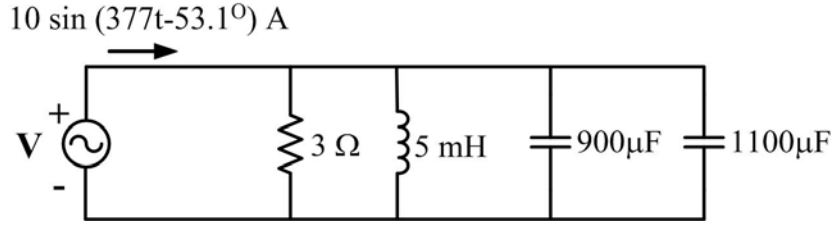
الشكل ١-٢-٣

١-٢-٤ احسب الجهود V_1 و V_2 في الدائرة المبينة في الشكل ١-٢-٤، وذلك باستعمال قانون توزيع الجهد.



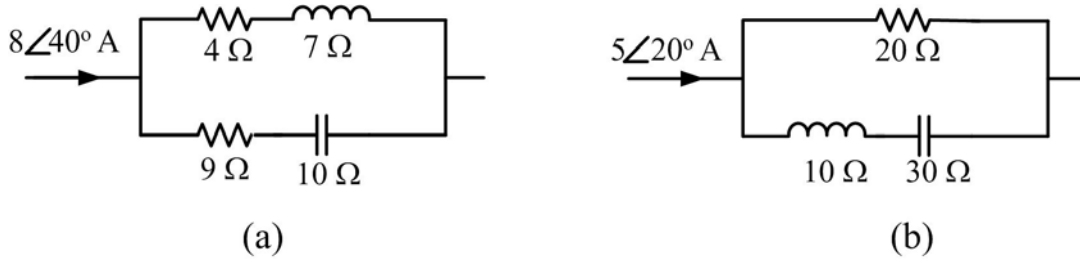
الشكل ١-٢-٤

١-٢-٥ احسب السامحية المكافئة للدائرة المبينة في الشكل ١-٢-٥ وارسم شكلها، ثم احسب الجهد المؤثر وارسم الشكل المطاور للتيارات والجهد المؤثر.



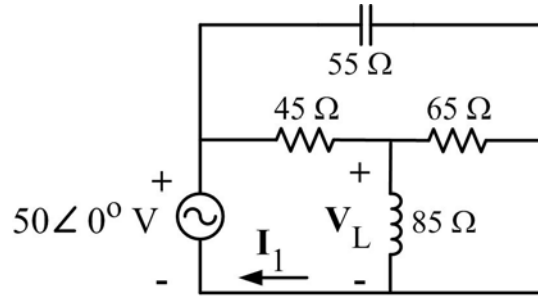
الشكل ١ - ٢ - ٥

١ - ٢ - ٦ احسب التيار في كل فرع من الدائرتين a و b المبينتين في الشكل ١ - ٢ - ٦ باستعمال قانون توزيع التيار.



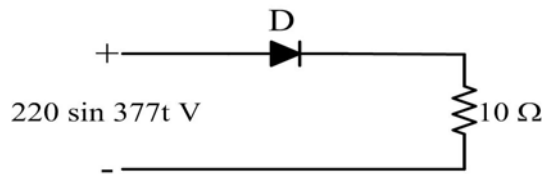
الشكل ١ - ٢ - ٦

١ - ٢ - ٧ في الدائرة الموضحة في الشكل ١ - ٢ - ٧، احسب التيار I_1 والجهد V_L ؛



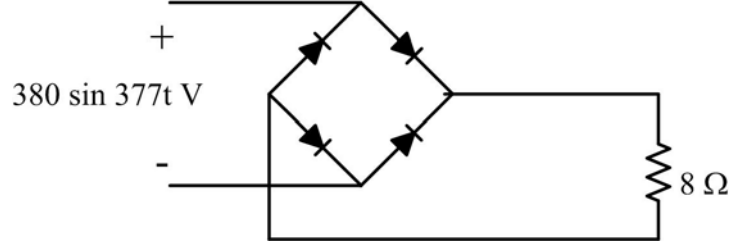
الشكل ١ - ٢ - ٧

١ - ٢ - ٨ في دائرة التقويم نصف موجة المبينة في الشكل ١ - ٢ - ٨، احسب القيم المتوسطة للجهد بين طرفي الحمل وللتيار المار فيه.



الشكل ١ - ٢ - ٨

١ - ٢ - ٩ أعد المسألة ١ - ٢ - ٨ بالنسبة لدائرة التقويم الموجي الكامل المبينة في الشكل ١ - ٢ - ٩ .



الشكل ١ - ٢ - ٩

الفصل الثالث : القدرة الكهربائية للتيار المتردد

١ - ٣ - ١ مقدمة

عندما نغذي حملاً معاوقته $Z = Z \angle \theta$ بالجهد

$$v(t) = V_m \sin \omega t = V\sqrt{2} \sin \omega t$$

فإن التيار

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \theta) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \theta)$$

سيمر في هذا الحمل. وفي اللحظة t فإن القدرة الداخلة في الحمل هي

$$p(t) = v(t)i(t) \quad 1-47$$

وتسمى القدرة اللحظية للحمل. وتكون هذه القدرة موجبة عندما تكون إشارة التيار تساوي إشارة الجهد، وفي هذه الحالة نقول إن الحمل يستهلك تلك القدرة. أما إذا اختلفت الإشارتان فإن القدرة تكون سالبة، وهنا يصبح 'الحمل' مصدراً للقدرة.

وبتعويض قيمي الجهد والتيار وبعد حسابات طفيفة نجد

$$p(t) = VI \cos \theta - VI \cos \theta \cos 2\omega t + VI \sin \theta \sin 2\omega t \quad 1-48$$

وكما نلاحظ فإن القدرة اللحظية تتركب من ثلاثة أجزاء : جزء ثابت ويمثل القيمة المتوسطة، وجزءان يتذبذبان بتردد يساوي ضعف تردد الجهد (والتيار).

أما الشغل الكهربائي الذي يبذل في الحمل بين الفترتين الزمنية t_1 و t_2 فهو

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad 1-49$$

ووحده الجول (Joule) ورمزه (J).

وفيما يلي تفاصيل لأنواع القدرة المستعملة في دوائر التيار المتردد.

١ - ٣ - ٢ القدرة الفعالة

نلاحظ أن القيمة المتوسطة للقدرة اللحظية هي

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = VI \cos \theta \quad 1-50$$

و نسميها القدرة الفعالة أو الحقيقية للحمل، وهي القدرة التي يستهلكها الحمل فعلياً (التي تتحول إلى حرارة في مقاومة مثلاً)، ووحدتها الواط (Watt) ورمزه (W).

ففي حالة حمل مادي مقاومته R فإن الجهد و التيار لهما نفس الطور وتكون الزاوية $\theta=0$ وبهذا فإن القدرة اللحظية تصبح

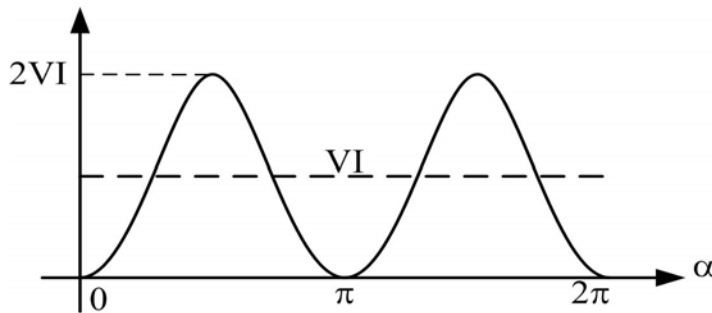
$$p_R(t) = VI - VI \cos 2\omega t \quad 1-51$$

وهي مبينة في الشكل ١ - ٥٣ نلاحظ أن هذه القدرة موجبة في كل لحظة وهي متذبذبة حول قيمتها المتوسطة

$$P = VI = RI^2 = V^2 / R \quad 1-52$$

بتردد $2f$ حيث f هو تردد الجهد (والتيار). وهذا يعني أن الحمل المادي يستهلك كل القدرة التي تأتيه من المصدر. أما الشغل الكهربائي المستهلك في المقاومة خلال دورة تيار كاملة فهو

$$W_R = \int_0^T p_R(t) dt = VIT = RI^2 T = (V^2 / R) T \quad 1-53$$



الشكل ١ - ٥٣ : القدرة اللحظية في مقاومة

أما في حالة حمل حثي (سعوي) فإن الجهد يتقدم (يتأخر) على التيار بزاوية $\theta=90^0$ وبهذا فإن القدرة الفعالة تساوي الصفر، وعليه فإن كلاً من الحمل الحثي والحمل السعوي لا يستهلكان أي قدرة فعلياً وإنما يستعيرانها كما سنرى فيما بعد.

١-٣ -٣ القدرة الظاهرية ومعامل القدرة

القدرة الظاهرية S في حمل معاوقته Z هي حاصل ضرب القيمة الفعالة للتيار المار في هذا الحمل والقيمة الفعالة للجهد بين طرفيه، ووحدتها الفولط أمبير (VA)، أي

$$S = V I = Z I^2 = V^2 / Z \quad 1-54$$

ورغم أنها ليست هي القدرة المستهلكة فعلياً في كل الحالات إلا أنها مهمة في تحديد القدرة القصوى (المتوفرة عندتيار وجهد معينين) لعدد من الأجهزة كالمحولات مثلاً.

ومن المعادلتين ١-٥٠ و ١-٥٤ نرى أن العلاقة بين القدرتين الظاهرية والفعالة هي

$$P = S \cos\theta \quad 1-55$$

ونسمي النسبة

$$\cos \theta = \frac{P}{S} \quad 1-56$$

معامل القدرة، لأنه يعطي نسبة القدرة المتوفرة التي تستهلك فعلياً من طرف الحمل. فبالنسبة للحمل الذي على شكل مقاومة فإن $\theta=0$ ، وبهذا فإن كل القدرة الظاهرية الداخلة في المقاومة ستستهلك فعلياً (تحول إلى حرارة). أما بالنسبة لحمل حثي أو سعوي فإن $\cos\theta=0$ ولن يستهلك هذا النوع من الأحمال أي جزء من القدرة الظاهرية فعلياً.

وكلما كان معامل القدرة قريباً من الواحد، كلما كان استعمال القدرة المتوفرة أحسن. وفي الحالات التي يكون فيها هذا المعامل صغيراً، نلجأ إلى تحسينه أي الرفع من قيمته.

١-٣ -٤ القدرة غير الفعالة

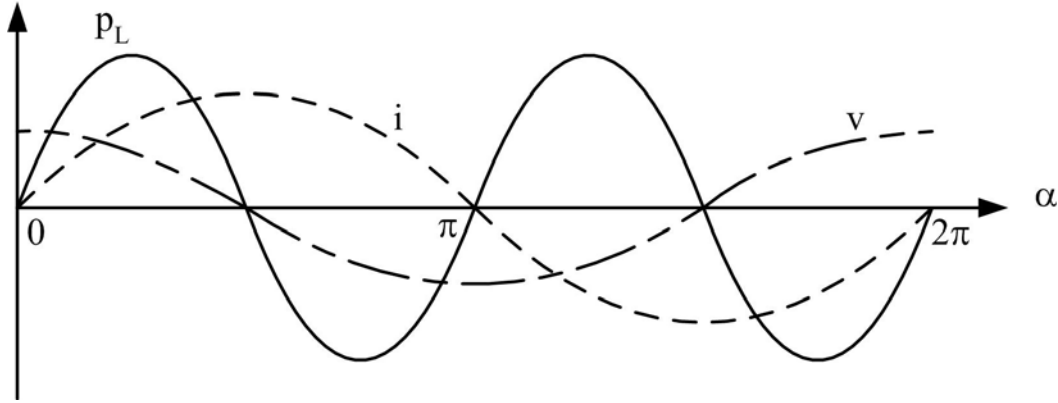
في حالة حمل حثي (ملف) نعوض الزاوية θ في المعادلة ١-٤٨، وبهذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_L(t) = V I \sin 2\omega t \quad 1-57$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١-٥٤ كلاً من القدرة p_L وموجات الجهد والتيار في الحمل الحثي. وهنا فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_L موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد مع إشارة التيار، وعندئذ فإن الملف يحول طاقة المصدر إلى طاقة مغناطيسية تتخزن في مجاله المغناطيسي. وعندما تختلف إشارة

الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المغناطيسية تتحول إلى طاقة كهربائية وترجع إلى المصدر. وهكذا فلن يستهلك الملف أي قدرة.



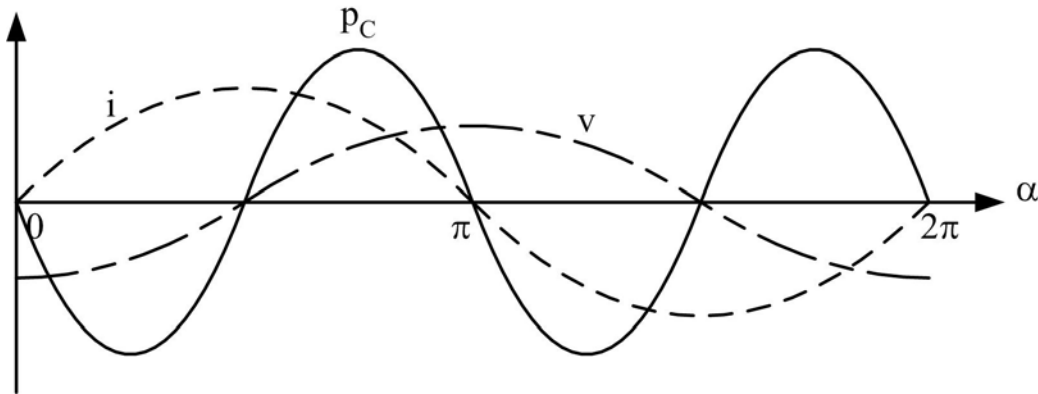
الشكل ١ - ٥٤ : القدرة اللحظية و الجهد والتيار في ملف

وفي حالة حمل سعوي (مكثفة) فإننا نعوض الزاوية $\theta = 90^\circ$ في المعادلة ١ - ٤٨ ، وهكذا تصبح القدرة اللحظية

$$p_c(t) = -VI \sin 2\alpha t \quad 1-58$$

وكما نرى فإنها متذبذبة بتردد يساوي ضعف تردد التيار وبقيمة قصوى تساوي القدرة الظاهرية، كما أن قيمتها المتوسطة معدومة.

ويبين الشكل ١ - ٥٥ كلاً من القدرة p_c وموجات الجهد والتيار في الحمل السعوي. وهنا كذلك فإن الحمل يستعير القدرة الظاهرية VI من المصدر (p_c موجبة) عندما تتساوى إشارة الجهد وإشارة التيار، وعندئذ فإن المكثفة تخزن طاقة المصدر في مجالها الكهروستاتيكي. وعندما تختلف إشارة الجهد مع إشارة التيار فإن الطاقة المخزنة تسترجع إلى المصدر. وهكذا فلن تستهلك المكثفة أي قدرة.



الشكل ١ - ٥٥ : القدرة اللحظية و الجهد والتيار في مكثفة

وعلى العموم نعرف القدرة غير الفعالة أو المفاعلة Q في أي حمل معاوقته $Z = Z \angle \theta$ بالمعادلة

$$Q = V I \sin \theta \quad 1-59$$

ووحدها الفولت-أمبير مفاعل (volt-ampere reactive) ورمزه VAR) وهي نسبة القدرة الظاهرية التي تستعار من طرف الحمل لإحداث مجال مغناطيسي (ملف) أو مجال كهروستاتيكي (مكثفة).

ففي ملف ممانعته X_L ، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي يستعيرها بالرمز Q_L وهي تساوي

$$Q_L = V I = X_L I^2 = V^2 / X_L \quad 1-60$$

وكما نرى فإنها موجبة، ولهذا نقول أن الملف "يستهلك" القدرة المفاعلة.

وفي مكثفة ممانعتها X_C ، فإننا نرمز للقدرة المفاعلة التي تستعيرها بالرمز Q_C وهي تساوي

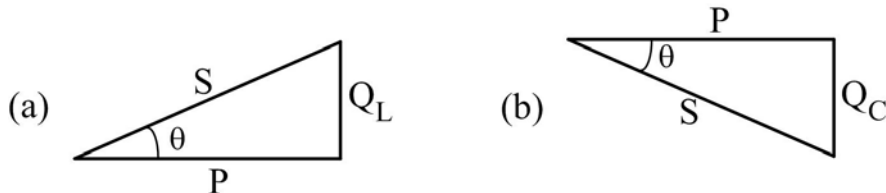
$$Q_C = -V I = -X_C I^2 = -V^2 / X_C \quad 1-61$$

وهي سالبة، ولهذا السبب نقول إن المكثفة "تولد" القدرة المفاعلة.

١ - ٣ - ٥ مثلث القدرة

نستطيع تمثيل العلاقة بين أنواع القدرة الثلاثة باستعمال مثلث القدرة. فلو رسمنا مثلثاً قائماً تساوي قاعدته القدرة الفعالة، ويساوي ارتفاعه القدرة غير الفعالة، فإن الوتر سيساوي القدرة الظاهرية وذلك حسب المعادلات ١ - ٥٠ و ١ - ٥٤ و ١ - ٥٩.

ويبين الشكلان ١ - ٥٦ و ١ - ٥٦ مثلثي القدرة في حالة حمل مادي-حثي وفي حالة حمل مادي-سعوي. وإذا كان الحمل يحتوي على مقاومة وملف ومكثفة فإن القدرة غير الفعالة Q تساوي مجموع Q_L و Q_C ، حيث Q_L هي القدرة المفاعلة للملف و Q_C هي القدرة المفاعلة للمكثفة. فإذا كانت القدرة الأولى أكبر فإن Q تكون موجبة ويظهر الحمل كأنه مادي-حثي، وإذا كان العكس فإن الحمل يظهر كأنه مادي-سعوي. أما إذا تساوت Q_L و Q_C فإن الحمل يصبح مادي بحت .



الشكل ١ - ٥٦ : مثلث القدرة في حمل مادي-حثي (a)، وفي حمل مادي-سعوي (b)

ونستطيع استعمال العلاقة

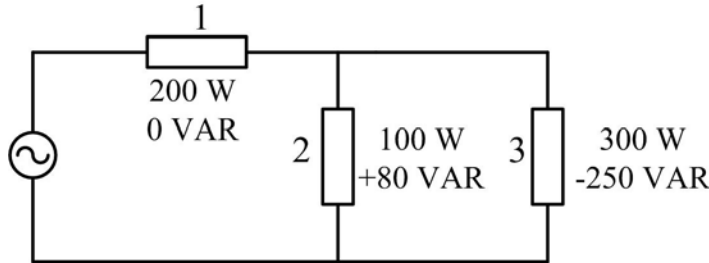
$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad 1-62$$

لحساب إحدى القدرات عندما تكون القدرتان الأخرتان معلومتين.

في دائرة كهربائية مكونة من عدة عناصر نحسب القدرات الكلية و معامل القدرة الكلي حسب الطريقة الآتية:

- تساوي القدرة الفعالة الكلية P_T مجموع القدرات الفعالة لكل عنصر؛
- تساوي القدرة المفاعلة الكلية Q_T مجموع القدرات المفاعلة لكل عنصر؛
- تعطى القدرة الظاهرية الكلية S_T بالمعادلة $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$. نلاحظ هنا أن القدرة الظاهرية الكلية لا تساوي مجموع القدرات الظاهرية لكل عنصر، فلننتبه لهذا.
- معامل القدرة الكلي هو: $\cos \theta_T = \frac{P_T}{S_T}$

مثال ١- ٣- ١: احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة المبينة في الشكل ١- ٥٧، ثم ارسم مثلث القدرة. بين طبيعة كل حمل من الأحمال الثلاثة.



الشكل ١- ٥٧

الحل:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 200 + 100 + 300 = 600 \text{ W}$$

القدرة الفعالة الكلية:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 80 - 250 = -170 \text{ VAR}$$

القدرة المفاعلة الكلية:

نستنتج أن الحمل الكلي مادي- سعوي.

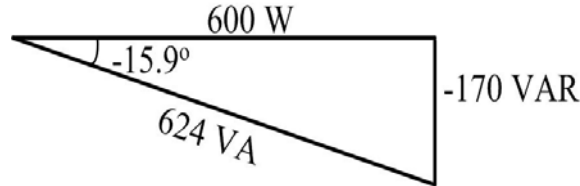
القدرة الظاهرية الكلية:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(600)^2 + (-170)^2} = 624 \text{ VA}$$

$$\cos\theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600}{624} = 0.96$$

معامل القدرة الكلي :

ويتقدم التيار الكلي على الجهد المؤثر بالزاوية $\theta_T = 15.9^\circ$. ويبين الشكل ٥٨ - ١ مثلث القدرة.



الشكل ٥٨ - ١

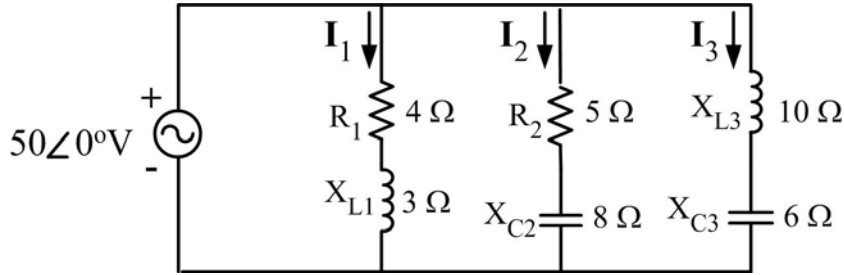
طبيعة الأحمال: الحمل 1: مادي ، الحمل ، 2: مادي-حثي ، الحمل 3: مادي-سعوي .

مثال ١ - ٣ - ٢ :

أ- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية وكذلك معامل القدرة لكل فرع من فروع الدائرة

المبينة في الشكل ٥٩ - ١

ب- احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية الكلية وكذلك معامل القدرة الكلي للدائرة.



الشكل ١ - ٥٩

الحل:

- أ -

الفرع 1:

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{50 \angle 0^\circ}{4 + j3} = \frac{50 \angle 0^\circ}{5 \angle 36.9^\circ} = 10 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 4 \times 10^2 = 400 \text{ W}$$

$$Q_1 = X_{L1} I_1^2 = 3 \times 10^2 = 300 \text{ VAR}$$

$$S_1 = V I_1 = 50 \times 10 = 500 \text{ VA}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{400}{500} = 0.8$$

الفرع 2:

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{50 \angle 0^\circ}{5 - j8} = \frac{50 \angle 0^\circ}{9.43 \angle -58^\circ} = 5.3 \angle 58^\circ \text{ A}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 5 \times 5.3^2 = 141 \text{ W}$$

$$Q_2 = -X_{C2} I_2^2 = -8 \times 5.3^2 = -225 \text{ VAR}$$

$$S_2 = V I_2 = 50 \times 5.3 = 265 \text{ VA}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{140.5}{265} = 0.53$$

الفرع 3:

$$I_3 = \frac{V}{Z_3} = \frac{50 \angle 0^\circ}{j10 - j6} = \frac{50 \angle 0^\circ}{4 \angle 90^\circ} = 12.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$P_3 = 0 \text{ W}$$

$$Q_3 = (X_{L3} - X_{C3}) I_3^2 = (10 - 6) 12.5^2 = 625 \text{ VAR}$$

$$S_3 = V I_3 = 50 \times 12.5 = 625 \text{ VA}$$

$$\cos \theta_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 400 + 141 = 541 \text{ W}$$

ب-

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 300 - 225 + 625 = 700 \text{ VAR}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(541)^2 + (700)^2} = 885 \text{ VA}$$

$$\cos \theta_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{541}{885} = 0.61$$

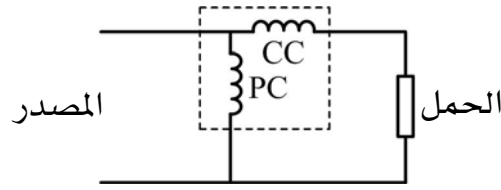
١ - ٣ - ٦ استخدام الواتميتر لقياس القدرة الفعالة

هناك عدة أنواع من الواطميترات، وهي تحتوي على ملفات للتيار وملفات للجهد، وتعتمد قراءتها على زاوية الطور بينهما. ومن بين الأجهزة المستعملة نذكر الواتميتر الكهروديناميكي والواتميتر الحثي. ويحتوي جهاز الواتميتر على ملفين: يغذى الملف الأول بتيار الحمل ويعرف هذا الملف بملف التيار، أما الملف الآخر والمعروف بملف الجهد فإنه يغذى بتيار يتناسب مع الجهد بين طرفي الحمل. وهناك طريقتان لتوصيل جهاز الواتميتر لقياس القدرة التي يستهلكها حمل معين:

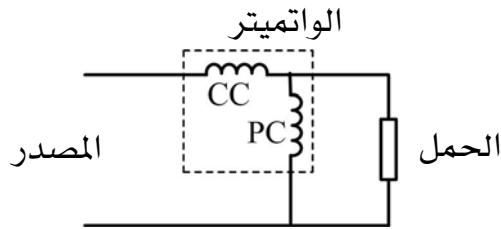
ففي الطريقة الأولى المبينة في الشكل ١- ٦٠، نوصل ملف التيار (CC في الشكل) على التوالي مع الحمل، أما ملف الجهد (PC في الشكل) فإنه يوصل عبر ملف التيار والحمل معاً. وهنا فإن القدرة المقاسة أكبر من القدرة التي يستهلكها الحمل لأننا نقيس كذلك القدرة المفقودة في ملف التيار.

وفي الطريقة الثانية المبينة في الشكل ١- ٦١، فإننا نوصل ملف الجهد PC عبر أطراف الحمل فقط، وهنا فإن التيار المار في ملف التيار CC يساوي مجموع قيمتي التيار المار في الحمل والتيار المار في ملف الجهد، وعلى ذلك فإن القدرة المقاسة تساوي مجموع القدرة الحقيقية والقدرة المستهلكة في ملف الجهد.

الواتميتر



الشكل ١- ٦٠: الطريقة الأولى لتوصيل الواتميتر



الشكل ١- ٦١: الطريقة الثانية لتوصيل الواتميتر

وتعتمد طريقة توصيل الواتميتر على نوع الحمل المراد قياسه. فعندما يكون الحمل صغيراً يستحسن استعمال الطريقة الأولى لأن في هذه الحالة يكون هبوط الجهد عبر ملف التيار (ذي المقاومة الصغيرة) صغيراً يمكن إهماله. أما إذا كان الحمل كبيراً، فمن الأفضل استعمال الطريقة الثانية لأن قيمة التيار المار في ملف الجهد (ذي المقاومة الكبيرة) صغيرة في هذه الحالة.

وتزود كثير من الواتميترات بملفات خاصة لتعويض الخطأ الناتج عن فقد القدرة في أحد ملفي الجهاز.

مثال ١- ٣- ٣: إذا كانت القيمة الفعالة للجهد بين طرفي حمل $V=220V$ ، وكانت القيمة الفعالة للتيار المار فيه $I=3A$ ، وكان معامل قدرته $\cos\theta=0.8$ ، احسب القدرة التي يقيسها واتميتر حسب الطريقتين، علماً أن مقاومة ملف الجهد للجهاز $R_V=2000\Omega$ ، ومقاومة ملف التيار للجهاز $R_I=3\Omega$.

الحل:

القدرة الحقيقية التي يستهلكها الحمل:

$$P = V I \cos\theta = 220 \times 3 \times 0.8 = 528 \text{ W}$$

حسب الطريقة الأولى:

القدرة المستهلكة في ملف التيار:

$$P_i = R_i I^2 = 3 \times 3^2 = 27 \text{ W}$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

$$P_T = P + P_i = 528 + 27 = 555 \text{ W}$$

حسب الطريقة الثانية:

القدرة المستهلكة في ملف الجهد:

$$P_v = V^2 / R_v = 220^2 / 2000 = 24.2 \text{ W}$$

القدرة التي يقيسها الجهاز :

$$P_T = P + P_v = 528 + 24.2 = 552.2 \text{ W}$$

مسائل الفصل الثالث

- ١ - ٣ - ١ احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية التي يوفرها مصدر الدائرة المبينة في الشكل ١ -
- ٢ - ٣ أعلاه (مسائل الفصل الثاني) ، ثم احسب معامل القدرة الكلي للدائرة.
- ١ - ٣ - ٢ احسب القدرة غير الفعالة التي يستهلكها ملف الدائرة المبينة في الشكل ١ - ٢ - ٧ أعلاه (مسائل الفصل الثاني).

دوائر كهربائية – ٢

دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار

الجدارة: معرفة الخطوات المستعملة لتحليل دوائر التيار المتردد البسيطة.

الأهداف:

بعد دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً على:

- الإلمام بكيفية توليد الجهود ثلاثية الأوجه.
- الإلمام بالعلاقة بين قيم الخط وقيم الوجه للتيار والجهود في حالتها التوصيل نجمة ودلتا.
- الإلمام بكيفية حساب القدرة في الأحمال ثلاثية الأوجه.
- الإلمام بكيفية استخدام جهاز واطميتر لقياس القدرة في الأحمال ثلاثية الأوجه.

مستوى الأداء المطلوب: أن يصل المتدرب إلى إتقان هذه الوحدة بنسبة ٩٠٪.

الوقت المتوقع للتدريب: 22 ساعة.

دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار

الفصل الأول : وصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار وتحليل دوائره

٢- ١ وصف للنظام

التيار المتردد الذي درسناه إلى الآن يعرف بالتيار أحادي الطور (أو أحادي الوجه). ويتكون النظام المتعدد الأطوار من جهدين متساويين أو أكثر بينهما زوايا طور ثابتة. في النظام ذي الطور الثنائي هناك جهدان متساويان يختلفان في الطور بزاوية مقدارها ٩٠ درجة، بينما في النظام ذي الأطوار الثلاثة " ثلاثي الأوجه " يوجد ثلاثة جهود متساوية في المقدار وزاوية فرق الطور بين كل جهدين 120°، أيضاً هناك أنظمة ذات أطوار متعددة تبلغ ستة أطوار أو أكثر وهذه الأنظمة غالباً ما تستخدم في أجهزة تقويم التيار وذلك للحصول على جهد قليل التشوه .

في الواقع معظم المولدات المستعملة في الشبكات تنتج التيار المتردد ثلاثي الأطوار (أو ثلاثي الأوجه)، وهو عبارة عن نظام ذي ثلاثة جهود (أو تيارات) مرتبطة ببعضها البعض. ومن بين أسباب تفضيل هذا النظام كونه يسبب مفاقيد نحاس في خطوط النقل أقل من النظام أحادي الوجه وذلك لنفس القدرة المنقولة. ويكون النظام متماثلاً أو (متزناً) عندما تتساوى فيه القيم الفعالة للجهود (والتيارات) الثلاثة وتتقدم زاوية جهد (وتيار) الطور الأول عن زاوية الثاني بـ 120° كما تتقدم هذه الأخيرة عن زاوية الثالث بنفس الزاوية 120°. والنظام المتماثل يؤدي إلى تشغيل مكونات الشبكة وأحمالها الثلاثية الأطوار بطريقة أحسن، ولهذا يتم تصميم الشبكات بحيث تكون في حالة قريبة من النظام المتماثل.

٢- ٢ توليد الجهود ثلاثية الأطوار

يحتوي المولد ثلاثي الأوجه على ثلاث ملفات مثبتة على العضو الدوار بحيث يكون بين كل ملف و الآخر زاوية مقدارها ١٢٠ درجة كما هو موضح في الشكل ٢- ١. وهذه الملفات الثلاثة تدور في مجال مغناطيسي ثابت كما أنه يمكن أن تكون موصلة على شكل نجمة أو دلتا حسب الحاجة . و بما أن الملفات الثلاثة تحتوي على نفس عدد اللفات وتدور بنفس السرعة الزاوية فإن الجهود الناتجة عن طريق

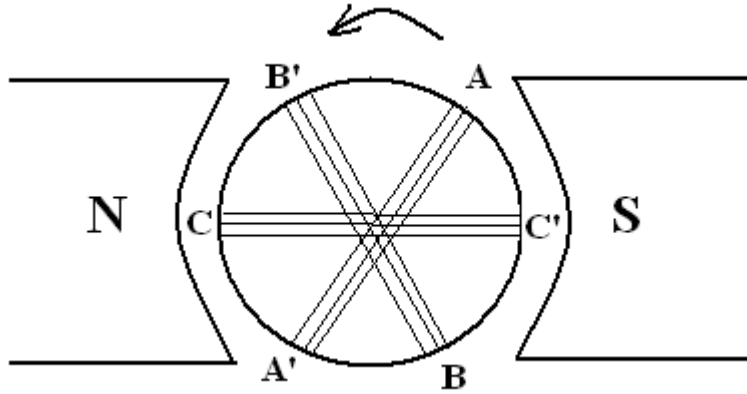
الحث المغناطيسي (حسب قانون فاراداي) لها نفس التردد ونفس القيمة العظمى، وتختلف زوايا أطوارها بـ 120°. وتعطى هذه الجهود بالمعادلات

$$v_{AA'} = V\sqrt{2} \sin \omega t$$

$$v_{BB'} = V\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ)$$

2-1

$$v_{CC'} = V\sqrt{2} \sin(\omega t - 240^\circ)$$



الشكل ٢ - ١

حيث A و A' يمثلان طرفي الملف الأول (نفس الشيء بالنسبة لـ B و B' و C و C')، و V هي القيمة الفعالة للجهود والتي تتساوى في الملفات الثلاثة.

٢- ٣ تمثيل الجهود وتتابعها

يبين الشكل ٢- ٢ موجات الجهود، ثلاثية الأطوار المستحثة أما الشكل ٢- ٣ فيبين الجهود

المطاورة والتي تعطى بالمعادلات

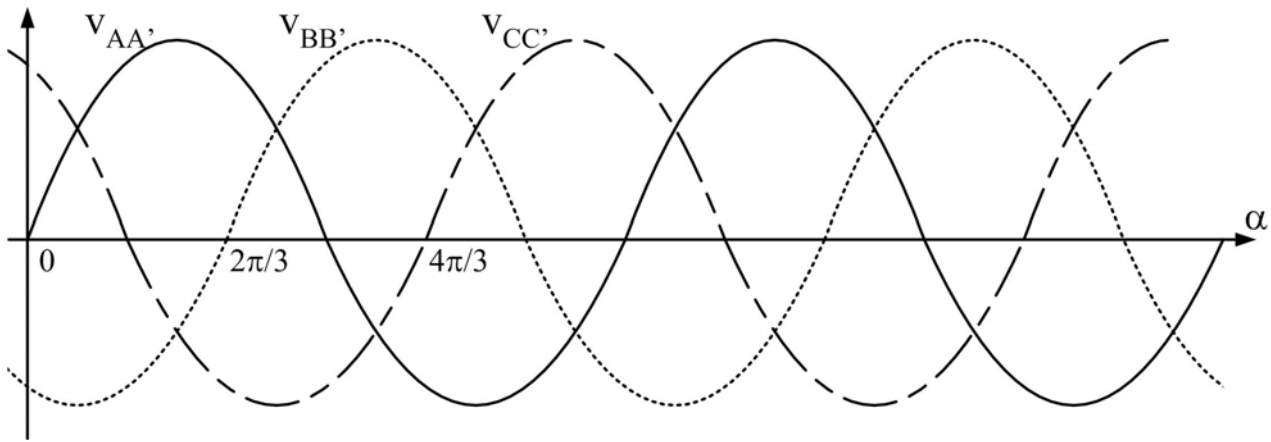
$$V_{AA'} = V \angle 0^\circ$$

$$V_{BB'} = V \angle -120^\circ$$

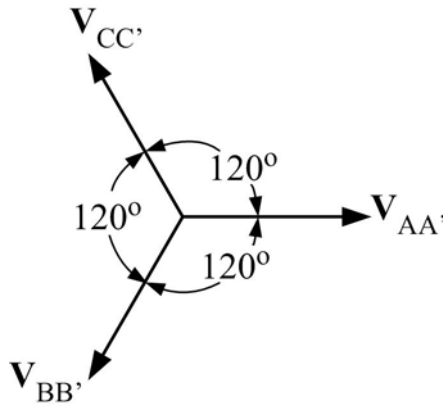
2-2

$$V_{CC'} = V \angle -240^\circ = V \angle 120^\circ$$

والأحمال المغذاة من طرف المولدات ثلاثية الأطوار تحتوي على ثلاثة فروع وتكون متزنة إذا تساوت معاوقات فروعها الثلاثة.



الشكل ٢-٢ : موجات جهود نظام ثلاثي الأطوار



الشكل ٢-٣ : الجهود المطاورة لنظام ثلاثي الأطوار

وكما هو ملاحظ فإن الجهود تتابع (A ثم B ثم C) وذلك لأن الجهد في الملف AA' يمر بقيمته العظمى قبل الملف BB' والجهد في هذا الأخير يمر بقيمته العظمى قبل الملف CC'، ونستطيع تغيير

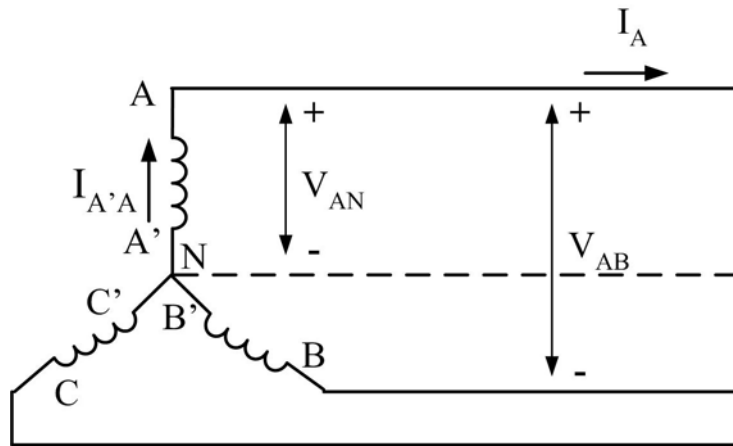
تتابع الجهود بتغيير اتجاه دوران العضو الدوار. وكما هو معلوم فإن معرفة تتابع الجهود له أهمية قصوى في حالة ربط المولدات مع شبكة النقل والتوزيع.

٢- ٤ التوصيل علي شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار والجهود

هناك طريقتان لتوصيل أطراف ملفات المولدات ببعضها البعض: توصيلة النجمة وتوصيلة الدلتا. وكلتا التوصيلتين تستعمل كذلك لربط الأحمال ثلاثية الأطوار. وفيما يلي ندرس تفاصيل التوصيلتين في حالة الاتزان.

مولد موصول بتوصيلة النجمة

في هذا النوع من التوصيلة نربط أطراف ملفات المولد A' و B' و C' مع بعضها البعض، وتسمى النقطة الناتجة بالطرف المحايد أو المتعادل ويرمز لها بالرمز N (الشكل ٢- ٤)، أما الأطراف A و B و C فإنها توصل بالأحمال بموصلات تسمى الخطوط. ونسمي الجهد بين أي خط من الخطوط الثلاثة والحيايدي بجهد الطور (مثلاً الجهد V_{AN} بين الطور A و الحيايدي والذي يساوي $V_{AA'}$ المعطى في المعادلة 2-54)، أما الجهد بين أي خطين فيعرف بجهد الخط (مثلاً الجهد V_{AB} بين الطرف A والطرف B). ويسمى التيار المار في أحد ملفات المولد (مثلاً $I_{A'A}$ المار في الملف AA') تيار الطور، كما يعرف التيار المار في أحد الخطوط (مثلاً I_A المار في الخط الخارج من الطرف A) بتيار الخط. وهذه الجهود والتيارات مبينة في الشكل ٢- ٤، حيث لم نبين كل التيارات والجهود وذلك لتوضيح الشكل.



الشكل ٢- ٤ : توصيلة النجمة في المولدات

وكما نرى فإن تيارات الأطوار تتساوى مع تيارات الخطوط، أما العلاقة بين جهود الأطوار وجهود الخطوط فنستنتجها كما يلي:

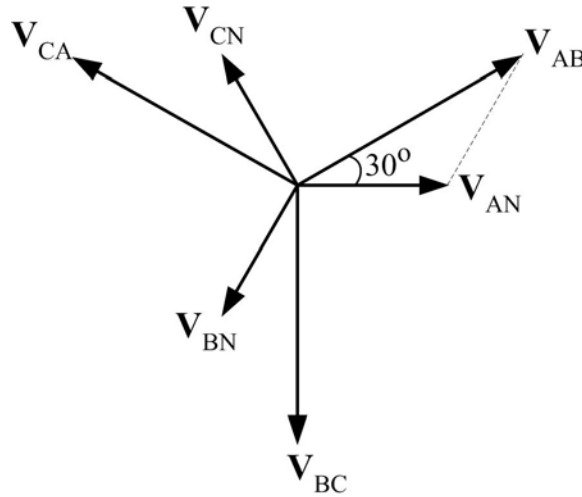
باستعمال المعادلات ٢-٢ نجد جهد الخط V_{AB}

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_{AN} - V_{BN} \\ &= V \angle 0^\circ - V \angle -120^\circ \\ &= V\sqrt{3} \angle 30^\circ \end{aligned} \quad 2-3$$

وكما نلاحظ فإن القيمة الفعالة لجهد الخط V_L في توصيلة النجمة تساوي $\sqrt{3}$ مرة القيمة الفعالة لجهد الطور، أي

$$V_L = V\sqrt{3} \quad 2-4$$

ويبين الشكل ٢-٥ الشكل المطاور لجهود الأطوار والخطوط، ونلاحظ أن زاوية أي من جهود الخط تختلف عن زاوية أي من جهود الطور. كما نلاحظ أن مجموع جهود الخط يساوي الصفر وكذلك مجموع جهود الطور.



الشكل ٢-٥ : الشكل المطاور لجهود الأطوار والخطوط

مولد موصول بتوصيلة الدلتا

كما هو موضح في الشكل ٢-٦، عند ربط أطراف ملفات المولد A مع C' و B مع A' و C مع B'، وربط الخطوط الخارجة بالأطراف A و B و C، نحصل على توصيلة الدلتا. وعلى العكس من توصيلة النجمة، فإنه في هذا النوع من التوصيلة لا يوجد طرف محايد كما أنه يتساوى جهد الطور مع جهد الخط.

ولإيجاد العلاقة بين تيارات الأطوار وتيارات الخطوط نفترض ما يلي:

$$I_{AB} = I \angle 0^\circ$$

$$I_{BC} = I \angle -120^\circ$$

$$I_{CA} = I \angle -240^\circ = I \angle 120^\circ$$

2-5

حيث I هي القيمة الفعالة لتيار الطور. وباستعمال قانون كيرشوف نحصل على المعادلة

$$I_B = I_{AB} - I_{BC}$$

$$= I \angle 0^\circ - I \angle -120^\circ$$

2-6

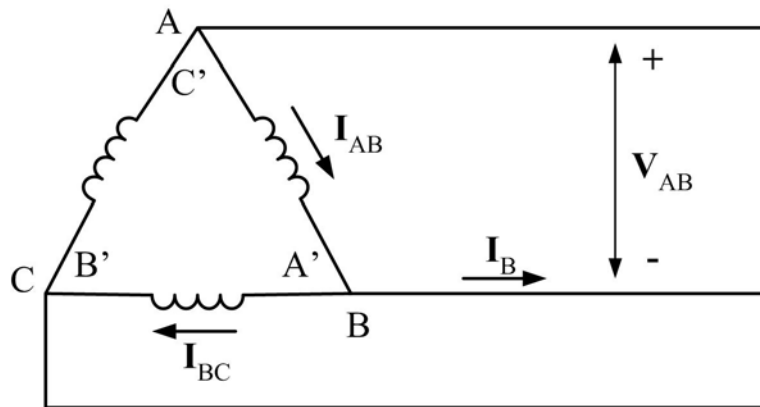
$$= I\sqrt{3} \angle 30^\circ$$

وكما نلاحظ فإن القيمة الفعالة لتيار الخط I_L تساوي $\sqrt{3}$ مرة القيمة الفعالة لتيار الطور، أي

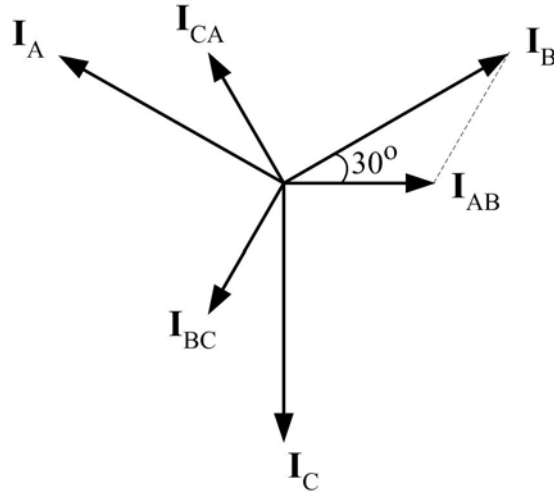
$$I_L = I\sqrt{3}$$

2-7

ويبين الشكل ٢-٧ الشكل المطاور لتيارات الأطوار والخطوط، وهنا كذلك نلاحظ أن زاوية أي من تيارات الخط تختلف عن زاوية أي من تيارات الطور. كما نلاحظ أن مجموع تيارات الخط يساوي الصفر وكذلك مجموع تيارات الطور.



الشكل ٢-٦ : توصيلة الدلتا في المولدات



الشكل ٢- ٧ : الشكل المطاور لتيارات الأطوار والخطوط

توصيلات الأحمال

نستطيع توصيل العناصر الثلاثة الممثلة للحمل على هيئة النجمة أو الدلتا. ولتحقيق الاتزان يجب أن تكون معاوقات الفروع الثلاثة متساوية. وفي توصيلة النجمة فإن التيار المار في الحيادي يكون معدوماً في حالة الاتزان لأنه يساوي مجموع تيارات الخطوط، وهذه التيارات متساوية في القيمة الفعالة وتختلف زوايا أطوارها بـ 120° ، أي

$$I_N = I_A + I_B + I_C = 0 \quad 2-8$$

وبذلك يمكن إزالة الموصل الحيادي دون أي تأثير على النظام، وستؤدي هذه الإزالة إلى كوابلات تحتوي على ثلاثة أسلاك عوضاً عن أربعة. وفي الواقع فإن كثيراً من الأحمال ليست متزنة وتبقى الحاجة إلى الموصل الحيادي قائمة.

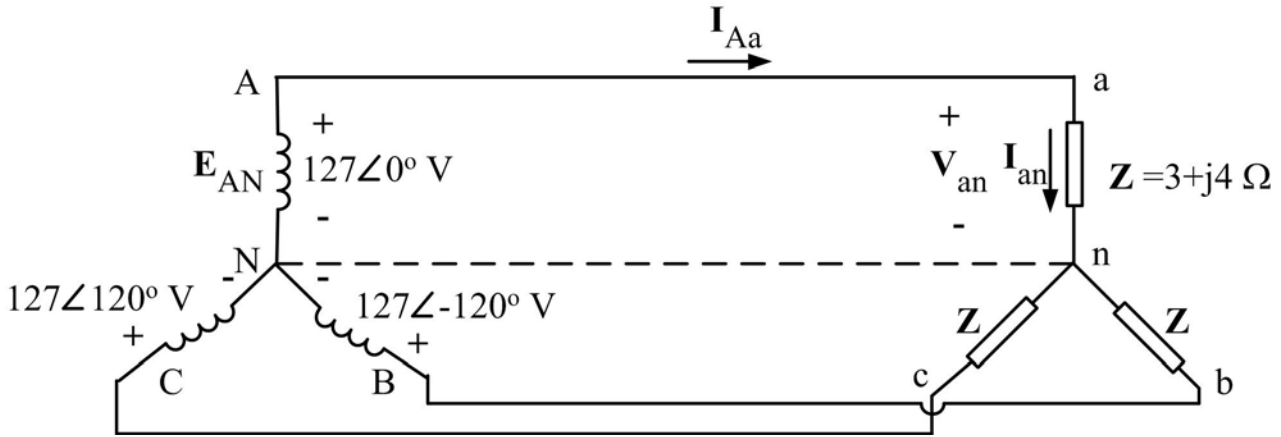
مثال ٢- ١ - ١: يغذي مولد حمل حيث أن كلاً من المولد والحمل ثلاثي الأطوار موصول بتوصيلة نجمة كما هو موضح في الشكل ٢- ٨. احسب القيمة الفعالة لجهد الخط والتيارات الخطوط المطاورة، وبين أن التيار الحيادي معدوم.

الحل :

$$V_L = \sqrt{3} V = \sqrt{3} \times 127 = 220 V$$

القيمة الفعالة لجهد الخط :

تيارات الأطوار :



الشكل ٢ - ٨

$$\mathbf{I}_{an} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{E}_{AN}}{\mathbf{Z}} = \frac{127 \angle 0^\circ}{3 + j4} = \frac{127 \angle 0^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 25.4 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{V}_{bn}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{E}_{BN}}{\mathbf{Z}} = \frac{127 \angle -120^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 25.4 \angle -173.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{E}_{CN}}{\mathbf{Z}} = \frac{127 \angle 120^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 25.4 \angle 66.9^\circ \text{ A}$$

وبما أن التوصيلة نجمة فإن تيارات الخط تساوي تيارات الطور:

$$\mathbf{I}_{Aa} = \mathbf{I}_{an} = 25.4 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{Bb} = \mathbf{I}_{bn} = 25.4 \angle -173.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{Cc} = \mathbf{I}_{cn} = 25.4 \angle 66.9^\circ \text{ A}$$

التيار في الحيادي:

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{Aa} + \mathbf{I}_{Bb} + \mathbf{I}_{Cc}$$

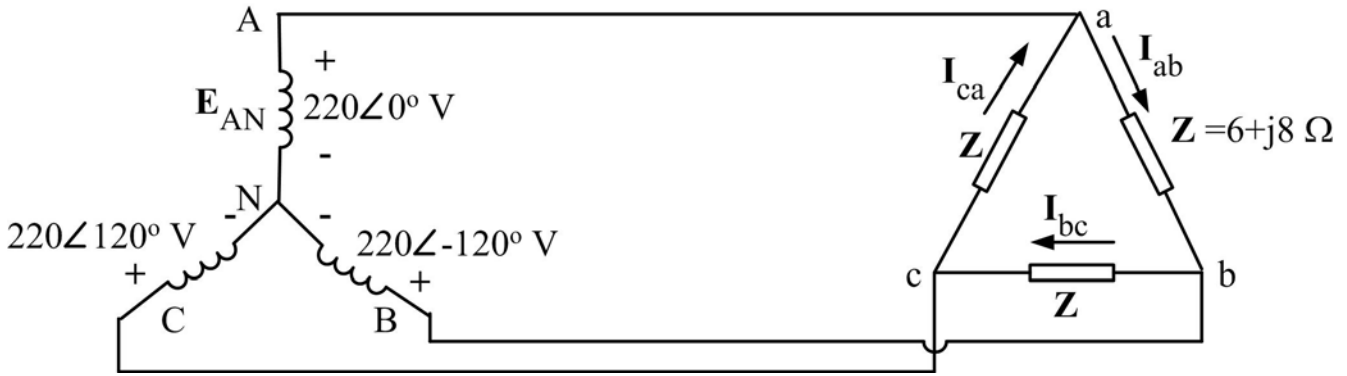
$$= 25.4 \angle -53.1^\circ + 25.4 \angle -173.1^\circ + 25.4 \angle 66.9^\circ$$

$$= (15.25 - j20.31) + (-25.22 - j3.05) + (9.97 + j23.36) = 0$$

وهذا طبيعي لأن الحمل متزن.

مثال ٢ - ١ - ٢: وصل حمل ثلاثي الأطوار توصيلة دلتا بمولد ذي توصيلة نجمة كما هو مبين في الشكل

٢ - ٩. احسب تيار كل طور من الحمل وكذلك القيمة الفعالة لتيار الخط.



الشكل ٢ - ٩

الحل :

تيارات الاطوار :

$$\begin{aligned} I_{ab} &= \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{V_{AN} - V_{BN}}{Z} \\ &= \frac{220 \angle 0^\circ - 220 \angle -120^\circ}{6 + j8} = \frac{380 \angle 30^\circ}{10 \angle 53.1^\circ} = 38 \angle -23.1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{bc} &= \frac{V_{bc}}{Z} = \frac{V_{BC}}{Z} = \frac{V_{BN} - V_{CN}}{Z} \\ &= \frac{220 \angle -120^\circ - 220 \angle 120^\circ}{6 + j8} = \frac{380 \angle -90^\circ}{10 \angle 53.1^\circ} = 38 \angle -143.1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

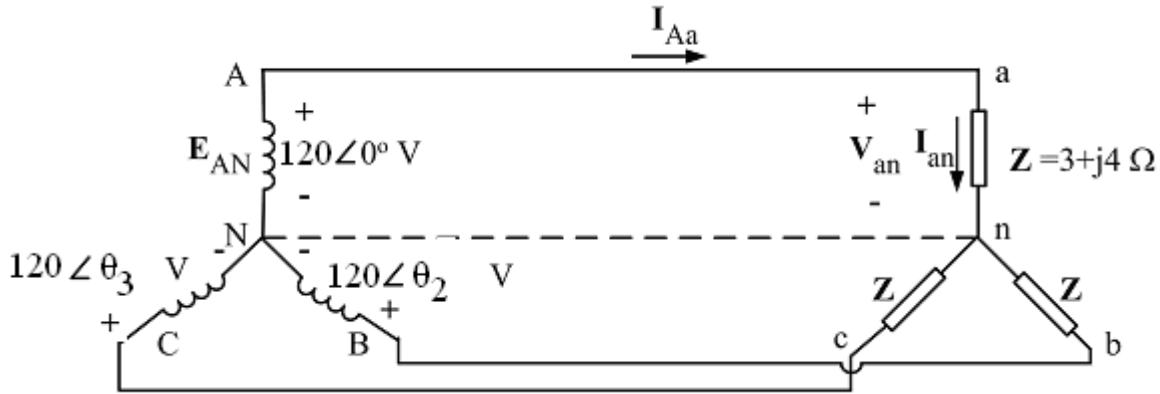
$$\begin{aligned} I_{ca} &= \frac{V_{ca}}{Z} = \frac{V_{CA}}{Z} = \frac{V_{CN} - V_{AN}}{Z} \\ &= \frac{220 \angle 120^\circ - 220 \angle 0^\circ}{6 + j8} = \frac{380 \angle 150^\circ}{10 \angle 53.1^\circ} = 38 \angle 96.9^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$I_L = \sqrt{3} I = \sqrt{3} \times 38 = 65.8 \text{ A}$$

القيمة الفعالة لتيار الخط :

مثال ٢- ١- ٣: تتابع الأطوار للمولد الموصل على شكل نجمة في الشكل ٢- ١٠ هو ABC والمطلوب ما يلي:

- أوجد زوايا الطور θ_2, θ_3
- أوجد مقدار جهود الخطوط
- أوجد تيارات الخطوط
- أثبت أنه عندما تكون الأحمال متزنة فإن التيار الحيادي معدوم



شكل ٢- ١٠

الحل :

بما أن تتابع الأطوار هو ABC فإن

$$\theta_2 = -120^\circ \quad \theta_3 = -240^\circ = 120^\circ$$

القيمة الفعالة لجهود الخطوط

$$V_{AB} = V_{BC} = V_{CA} = \sqrt{3} \times 120 = 208 \text{ V}$$

تيارات الخطوط

$$I_{Aa} = I_{an} = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{120 \angle 0^\circ}{3 + j4} = \frac{120 \angle 0^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 24 \angle -53.1^\circ \text{ A} = 14.4 - j19.2 \text{ A}$$

$$I_{Bb} = I_{bn} = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{120 \angle -120^\circ}{3 + j4} = \frac{120 \angle -120^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 24 \angle -173.1^\circ \text{ A} = -23.8 - j2.9 \text{ A}$$

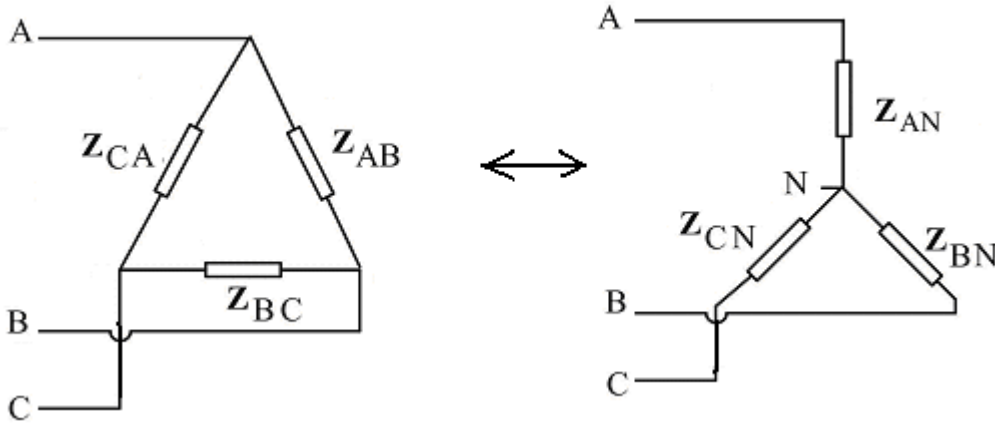
$$I_{Cc} = I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{120 \angle 120^\circ}{3 + j4} = \frac{120 \angle 120^\circ}{5 \angle 53.1^\circ} = 24 \angle 66.9^\circ \text{ A} = 9.4 + j22.1 \text{ A}$$

بتطبيق قانون كيرشوف للتيار

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{Aa} + \mathbf{I}_{Bb} + \mathbf{I}_{Cc} = 14.4 - j19.2 - 23.8 - j2.9 + 9.4 + j22.1 = 0$$

٢- ٤ التحول من أحمال موصلة نجمة إلى دلتا والعكس

في كثير من الحالات نحتاج إلى تحويل توصيلة النجمة للأحمال إلى توصيلة دلتا مكافئة والعكس وذلك لتسهيل الحسابات، ويوضح الشكل ٢- ١١ كيفية التحويلين



الشكل ٢- ١١

التحول من توصيلة نجمة إلى توصيلة دلتا مكافئة

في هذه الحالة تكون معاوقات النجمة معلومة ونحاول حساب معاوقات الدلتا المكافئة بدلالة

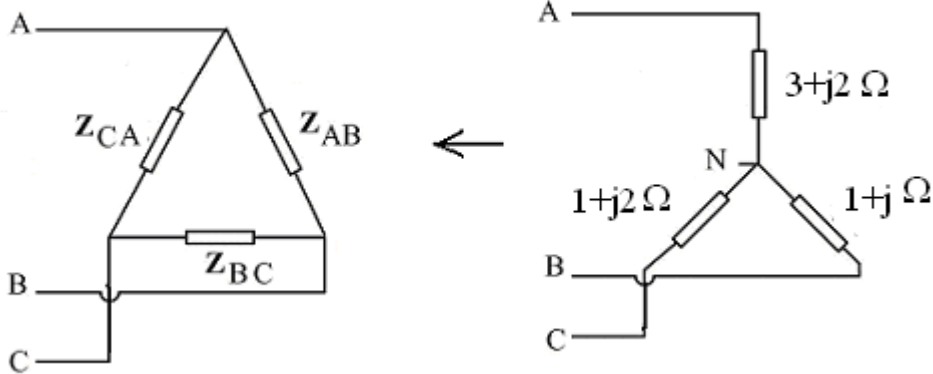
معاوقات النجمة، ونحصل على العلاقات التالية:

$$\mathbf{Z}_{AB} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{CN}} \quad 2-9$$

$$\mathbf{Z}_{BC} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{AN}}$$

$$\mathbf{Z}_{CA} = \frac{\mathbf{Z}_{AN}\mathbf{Z}_{BN} + \mathbf{Z}_{BN}\mathbf{Z}_{CN} + \mathbf{Z}_{CN}\mathbf{Z}_{AN}}{\mathbf{Z}_{BN}}$$

مثال ٢- ١ - ٤: ارسم دائرة النجمة المكافئة لدائرة الدلتا الموضحة في الشكل ٢- ١٢



شكل ٢ - ١٢

الحل ::

بتطبيق القوانين ٢ - ١٠ نحصل على

$$Z_{AB} = \frac{(3 + j2)(1 + j2) + (1 + j2)(1 + j) + (1 + j)(3 + j2)}{(1 + j2)} = 6.2 + j3.6 \Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{(3 + j2)(1 + j2) + (1 + j2)(1 + j) + (1 + j)(3 + j2)}{(3 + j2)} = 2.2 + j3.8 \Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{(3 + j2)(1 + j2) + (1 + j2)(1 + j) + (1 + j)(3 + j2)}{(1 + j)} = 7.5 + j8.5 \Omega$$

التحول من توصيلة دلتا إلى توصيلة نجمة مكافئة

أما في هذه الحالة فتكون معاوقات الدلتا معلومة ونحاول حساب معاوقات النجمة المكافئة بدلالة

معاوقات، الدلتا ونحصل على العلاقات التالية:

$$Z_{AN} = \frac{Z_{AB} Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$$

2-10

$$Z_{BN} = \frac{Z_{AB} Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$$

$$Z_{CN} = \frac{Z_{BC} Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}$$

وإذا كانت الأحمال متزنة أي

$$Z_{AN} = Z_{BN} = Z_{CN} = Z_Y$$

فستكون

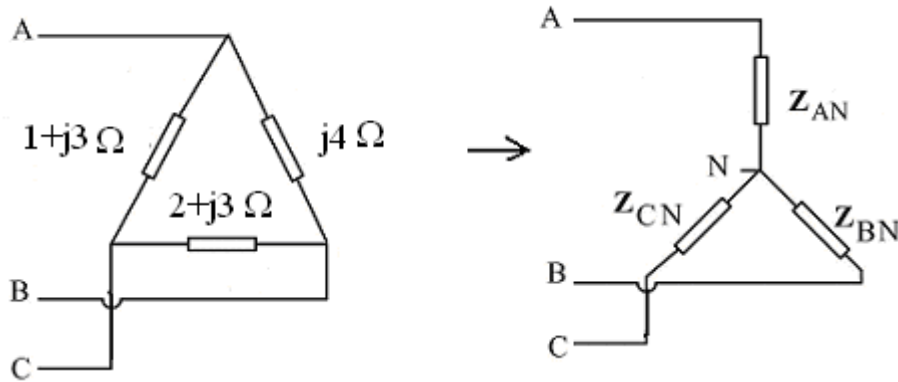
$$Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_{\Delta}$$

مع

$$Z_{\Delta} = \frac{Z_Y}{3}$$

2-11

مثال ٢- ١ - ٥: ارسم دائرة الدلتا المكافئة لدائرة النجمة الموضحة في الشكل ٢- ١٣



شكل ٢- ١٣

الحل::

بتطبيق القوانين ١٠ - ٢ نحصل على

$$Z_{AN} = \frac{(1+j3)(j4)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.04 + j1.10 \Omega$$

$$Z_{BN} = \frac{(2+j3)(j4)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.4 + j1.3 \Omega$$

$$Z_{CN} = \frac{(1+j3)(2+j3)}{(1+j3)+(j4)+(2+j3)} = 0.6 + j0.9 \Omega$$

الفصل الثاني القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار في حالة التحميل المتماثل

٢- ٤ حسابات القدرة

كما في دوائر التيار المتردد أحادي الطور، نقسم القدرة إلى فعالة ومفاعلة وظاهرية. والقدرة الفعالة الكلية التي يستهلكها الحمل ثلاثي الأطوار هي مجموع القدرات الفعالة التي يستهلكها كل طور (نفس الشيء بالنسبة للقدرة المفاعلة والقدرة الظاهرية)، وإذا كان الحمل متزناً فإن هذه القدرة الكلية هي ثلاثة أضعاف قدرة كل طور. وفيما يلي نحسب هذه القدرات في توصيلتي النجمة والدلتا في حالة الاتزان وبدلالة كميات الخط (تيار الخط وجهد الخط) لأنها أكثر استعمالاً من كميات الطور. تعطى القدرة الفعالة التي يستهلكها طور واحد بالمعادلة:

$$P = VI \cos \theta$$

حيث θ هي الزاوية بين تيار الطور I وجهد الطور V . والقدرة الفعالة الكلية للحمل هي

$$P_T = 3 P$$

وفي كلتا التوصيلتين (النجمة والدلتا) نستنتج

$$P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad 2-12$$

وبنفس الطريقة نحصل على القدرة غير الفعالة الكلية للحمل

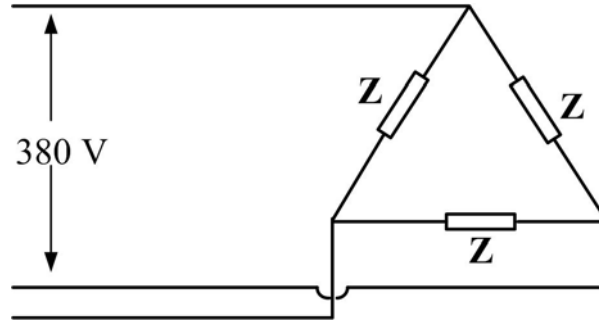
$$Q_T = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta \quad 2-13$$

أما القدرة الظاهرية الكلية فهي

$$S_T = \sqrt{3} V_L I_L \quad 2-14$$

مثال ٢- ٢ - ١: احسب القدرات الفعالة والمفاعلة والظاهرية التي يستهلكها الحمل الموضح في الشكل

$$Z = 6 - j 8 \Omega \quad 2- ١٤$$



الشكل ٢ -

الحل:

$$Z = 6 - j8 \Omega = 10 \angle -53.1^\circ \Omega$$

$$I = \frac{V_L}{Z} = \frac{380}{10} = 38 \text{ A}$$

$$I_L = \sqrt{3} I = \sqrt{3} \times 38 = 65.8 \text{ A}$$

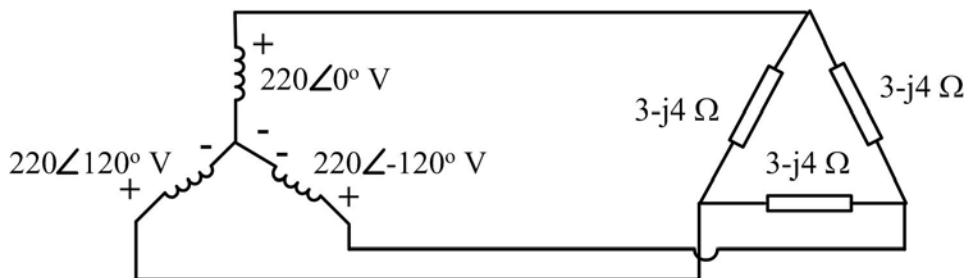
$$P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 \times \cos(-53.1^\circ) = 26 \text{ kW}$$

$$Q_T = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 \times \sin(-53.1^\circ) = -34.6 \text{ kVAR}$$

$$S_T = \sqrt{3} V_L I_L = \sqrt{3} \times 380 \times 65.8 = 43.3 \text{ kVA}$$

مثال ٢ - ٢ - ٢: احسب القدرة الفعالة والقدرة غير الفعالة المستهلكة من طرف الحمل. المبين في الشكل

١٥ - ٢



الشكل ١٥ - ٢

الحل:

$$Z = 3 - j4 \Omega = 5 \angle -53.1^\circ \Omega$$

$$I = \frac{V_L}{Z} = \frac{380}{5} = 76 A$$

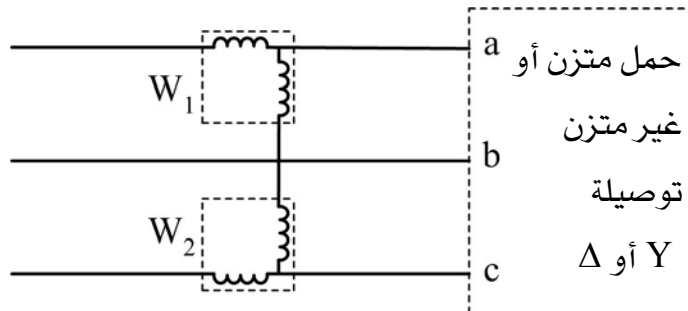
$$I_L = \sqrt{3} I = \sqrt{3} \times 76 = 131.6 A$$

$$P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} \times 380 \times 131.6 \times \cos(-53.1^\circ) = 25 kW$$

$$Q_T = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta = \sqrt{3} \times 380 \times 131.6 \times \sin(-53.1^\circ) = -69 kVAR$$

٢- ٤ قياس القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار

نستطيع قياس القدرة التي يستهلكها حمل ثلاثي الأطوار باستعمال ثلاثة واطميترات، ولكن في نظام ذي ثلاثة الأسلاك، نستعمل غالباً طريقة الواطميترين الموضحة في الشكل ٢- ١٥ والتي تصلح سواء كان الحمل بتوصيلة نجمة أو دلتا وسواء أكان متزناً أم غير متزن. في هذه الطريقة نوصل ملف تيار الواطميتر W_1 على التوالي مع الطور a وملف تيار الواطميتر W_2 على التوالي مع الطور c، أما ملفي الجهد للجهازين فإنها تقيس جهدي الخط V_{cb} و V_{ac} .



الشكل ٢- ١٥: طريقة الواطميترين

وتساوي القدرة المستهلكة من طرف الحمل P مجموع قراءتي الواطميترين W_1 و W_2 .

ولكن إذا كان الحمل متزناً فإن القدرة المستهلكة من طرف الحمل ترتبط بقراءتي الجهازين حسب معامل قدرة الحمل كما يلي:

• إذا كان معامل القدرة أكبر من 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) فإن :
 $P = W_1 + W_2$. وإذا كان الحمل مادياً نقياً فإن $W_1 = W_2$.

• إذا كان معامل القدرة أصغر من 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) فإن أحد الجهازين (مثلاً W_2) سيعطي قراءة سالبة وسيحاول مؤشره الدوران إلى الخلف، وللحصول على قراءة في هذا الجهاز يجب عكس التيار المار في أحد ملفيه. وهنا فإن $P = W_1 - W_2$.
 إذا كان معامل القدرة 0.5 (سواء أكان مادياً -حثياً أو مادياً -سعوياً) تكون قراءة أحد الجهازين صفراً وتعطى القدرة المستهلكة من طرف الحمل بقراءة الواطمتر الآخر.

مثال ٢-٢ - 3 : عند قياس القدرة المستهلكة من طرف حمل ثلاثي الأطوار باستعمال طريقة الواطمترين، كانت قراءة أحد الجهازين 6kW، بينما كانت قراءة الآخر بعد عكس توصيل ملف تياره 2kW. احسب القدرة المستهلكة.

الحل:

معامل قدرة الحمل أقل من 0.5 لأن أحد الواطمترين أعطى قراءة سالبة. أما القدرة المستهلكة فهي:

$$P = W_1 - W_2 = 6 - 2 = 4 \text{ kW}$$

المراجع

- ❖ أساسيات الهندسة الكهربائية، الجزء الأول، هاينز جراف، ترجمة: م/إدوار قاضي و م/أمين سليم، مؤسسة الأهرام بالقاهرة
- ❖ نظريات ومسائل في الدوائر الكهربائية، جوزيف آدمستر، سلسلة ملخصات شوم، دار ماكجروهيل للنشر
- ❖ Introductory Circuit Analysis, Boylestad, Charles E. Merrill Publishing Company

المحتويات

.....	مقدمه
.....	تمهيد
٢	الوحدة الأولى : مبادئ التيار المتردد وتحليل دوائره
٢	الفصل الأول : التيار المتردد
٢	تعريف التيار المتردد
.....	كيفية توليد التيار المتردد
.....	خطأ الإشارة المرجعية غير معرفة
٣	التيار المتردد الجيبي
.....	الموجة
.....	خطأ الإشارة المرجعية غير معرفة
.....	خطأ الإشارة المرجعية غير معرفة
.....	التردد (f) والزمن الدوري (T)
.....	القيمة اللحظية
.....	القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة
.....	معامل الشكل ومعامل القيمة العظمى
.....	التمثيل الاتجاهي والمطور (Phasor)
.....	جبر المتجهات
١٤	مسائل الفصل الأول
.....	الفصل الثاني : المقاومة الأومية والممانعات الحثية والسعوية
.....	المقاومة المادية في دائرة التيار المتردد
.....	الممانعة الحثية في دائرة التيار المتردد
.....	الممانعة السعوية في دائرة التيار المتردد
.....	قانون أوم والمخطط الاتجاهي
.....	المعاوقة المركبة
.....	التوصيل على التوالي
.....	قانون توزيع الجهد
.....	الرنين في دوائر التوالي
.....	التوصيل على التوازي
.....	قانون توزيع التيار
.....	الرنين في دوائر التوازي
.....	التوصيل على التوالي - التوازي
.....	دوائر مقومات التيار المتردد البسيطة
.....	قوانين كيرشوف في دوائر التيار المتردد
.....	مسائل الفصل الثاني
.....	الفصل الثالث : القدرة الكهربائية للتيار المتردد
.....	القدرة الفعالة
.....	القدرة الظاهرية ومعامل القدرة
.....	القدرة غير الفعالة
.....	مثلث القدرة
.....	استخدام الواطميتر لقياس القدرة الفعالة

٥٥	مسائل الفصل الثالث
٥٩	الوحدة الثانية دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار
٥٩	الفصل الأول : وصف نظام التيار المتردد ثلاثي الأطوار وتحليل دوائره
٥٩	وصف للنظام ر
- ٥٨ -	توليد الجهود ثلاثية الأطوار
٦٠	تمثيل الجهود وتتابعها
٦١	التوصيل علي شكل نجمة ودلتا والعلاقة بين قيم الخط و قيم الوجه للتيار والجهود
- ٦٩ -	مولد موصول بتوصيلة النجمة
٦٣	مولد موصول بتوصيلة الدلتا
٦٤	توصيلات الأحمال
- ٦٩ -	التحول من أحمال موصلة نجمة إلى دلتا والعكس
٧٢	حسابات القدرة
٧٤	قياس القدرة في دوائر التيار المتردد ثلاثي الأطوار
٩٥	المراجع